Κύκλωμα LC ηλεκτρικών ταλαντώσεων: Σχολιασμός στα πρόσημα των διαφόρων μεγεθών και αντιστοιχία με το μηχανικό σύστημα ελατηρίου – μάζας.

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Στο παρόν θα προσπαθήσω να παραθέσω λίγα σχόλια για τα κριτήρια που χρησιμοποιούμε προκειμένου να επιλέξουμε τα πρόσημα των μεγεθών $\mathbf{q}$, $\mathbf{v_C}$, $\mathbf{v_L}$, $\boldsymbol{\varepsilon_{αυτ}}$ και $\mathbf{i}$ στο κύκλωμα LC.

Αφορμή για το σχολιασμό είναι το πλήθος διαφορετικών απόψεων που συναντάμε στο θέμα αυτό, που μερικές φορές φαίνονται και αντιφατικές ή ασαφείς.

Τα σύμβολα που χρησιμοποιούνται για τα διάφορα μεγέθη του LC είναι τα συνηθισμένα (βλ. διπλανό πίνακα).

Δεν επιδιώκω να παρουσιάσω κάποια αυστηρά μαθηματική προσέγγιση, αλλά κυρίως να σχολιάσω, αν μπορώ, ***με τρόπο που να δίνει κάποιο φυσικό νόημα τις διάφορες επιλογές και να έχει κάποια πρακτική αξία***.

Μέγεθος	Στιγμιαία τιμή	Πλάτος
φορτίο πυκνωτή	$\mathbf{q}$	$\mathbf{Q}$
τάση πηνίου / πυκνωτή	$\mathbf{v_L}$ / $\mathbf{v_C}$	$\mathbf{V}$
ΗΕΔ αυτεπαγωγής	$\boldsymbol{\varepsilon_{αυτ}}$	$\mathbf{V}$
ένταση ρεύματος	$\mathbf{i}$	$\mathbf{I}$
ενέργεια ηλεκτρ. πεδίου	$\mathbf{U_\varepsilon}$	$\mathbf{E}$
ενέργεια μαγν. πεδίου	$\mathbf{U_B}$	$\mathbf{E}$
ισχύς πηνίου / πυκνωτή	$\mathbf{p_L}$ / $\mathbf{p_C}$	$\mathbf{P}$

Στο μηχανικό σύστημα ελατηρίου – μάζας δεν συναντάμε παρόμοιο πρόβλημα, διότι έχουμε διανυσματικά μεγέθη και τα πρόσημα σχετίζονται με τη φορά τους. Ορίζουμε λοιπόν μια θετική φορά και όλα είναι ξεκάθαρα. Οι ενεργειακές μετατροπές και οι ρυθμοί σχετίζονται με το έργο και την ισχύ των αντίστοιχων δυνάμεων και είναι εύκολο να δούμε που ασκείται μια δύναμη και πότε το έργο της είναι θετικό ή αρνητικό.

Στο ηλεκτρικό κύκλωμα δεν είναι όμως τόσο ξεκάθαρα τα πράγματα.

ΔΙΑΦΟΡΑ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ – ΤΑΣΗ – 2ος ΚΑΝΟΝΑΣ KIRCHHOFF

Η διαφορά δυναμικού από σημείο Α έως άλλο Β ορίζεται στη Β΄ Λυκείου από το έργο του ηλεκτρικού πεδίου κατά τη μετακίνηση ενός φορτίου: $\mathbf{V_{AB}=W_{AB}/q}$ και ως εδώ καλά, είναι ξεκάθαρο πότε έχει θετική και πότε αρνητική τιμή.

Λίγο πιο κάτω όμως, στους πυκνωτές, εισάγουμε την έννοια της ***τάσης*** $\mathbf{V}$ μεταξύ των οπλισμών ενός πυκνωτή, που είναι ανάλογη με το ***φορτίο*** $\mathbf{q}$ του πυκνωτή ($\mathbf{V=q/C}$) με μια θετική δηλαδή ποσότητα. Σκεφτείτε και τη σχέση $\mathbf{V=\mathcal{E}\cdot \mathit{l}}$ στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο.

Καλώς κάνουμε βέβαια και χρησιμοποιούμε την έννοια της τάσης $\mathbf{V}$ ως μιας θετικής ποσότητας και απλοποιούμε τα πράγματα, διότι αλλιώς θα χάναμε την ουσία μέσα στα πρόσημα.

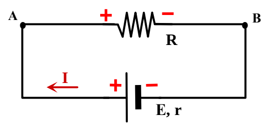
Εντούτοις η εισαγωγή της έννοιας αυτής και ο τρόπος που τη χρησιμοποιούμε στη συνέχεια στα κυκλώματα, γίνεται πολλές φορές με μια σχετική χαλαρότητα ως προς τα πρόσημα, ανάλογα με το τι μας εξυπηρετεί.

Στο σχολικό π.χ. συναντάμε για τον 2^{ο} κανόνα του Kirchhoff τη διατύπωση: «***Το αλγεβρικό άθροισμα των διαφορών δυναμικού κατά μήκος μιας κλειστής διαδρομής ισούται με μηδέν***», που πιστεύω είναι ορθή αν και θα μπορούσε να λείπει η λέξη «αλγεβρικό». Στη μαθηματική της διατύπωση όμως γράφει: $\mathbf{\Sigma(\Delta V)=0}$. Αναφέρεται δηλαδή στο άθροισμα των ***μεταβολών του δυναμικού***, που κι αυτό βέβαια ισχύει.

Στο βιβλίο που είχαμε στις δέσμες έγραφε (αν θυμάμαι καλά): «***Το αλγεβρικό άθροισμα των τάσεων κατά μήκος μιας κλειστής διαδρομής ισούται με μηδέν***», που και αυτή φαίνεται ορθή αν θεωρούμε θετική την κάθε τάση και λέγοντας «αλγεβρικό άθροισμα» εννοούμε να την προσθέτουμε ή να την αφαιρούμε ανάλογα αν ανεβάζει η κατεβάζει το δυναμικό κατά τη φορά διαγραφής.

Θυμηθείτε και άλλες διατυπώσεις του 2^{ο} κανόνα του Kirchhoff, όπως τη σχέση $\mathbf{\Sigma E-\Sigma(I\cdot R)=0}$, ή όπως την έχουμε αλλού συναντήσει $\mathbf{\Sigma E+\Sigma(I\cdot R)=0}$, και έπρεπε να γράφουμε μνημονικούς κανόνες για το πώς θα επιλέγουμε τα πρόσημα.

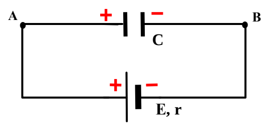
Στην πράξη τώρα, σε ένα κύκλωμα όπως τα δύο διπλανά, είναι πολύ συνηθισμένο να γράφουμε, ανάλογα με το τι θέλουμε να τονίσουμε:



$\mathbf{V_{AB} + V_{BA} = 0}$ αλλά και:

$\mathbf{V_{πηγής} - V_R = 0 \Longrightarrow V_{πηγής} - I\cdot R = 0}$ ή και:

$\mathbf{V_{πηγής} + V_R = 0}$ που σημαίνει ότι τώρα θεωρούμε την $\mathbf{V_R}$ (ή έστω μια από τις δύο) αρνητική, π.χ. $\mathbf{V_R = -I\cdot R}$



Το ίδιο και στην περίπτωση του πυκνωτή:

$\mathbf{V_{πηγής} - V_C = 0 \Longrightarrow V_C = V_{πηγής}}$ ή και:

$\mathbf{V_{πηγής} + V_C = 0 \Longrightarrow V_C = -V_{πηγής}}$

Φυσικά είμαστε σε θέση να εξηγήσουμε, αν μας ρωτήσουν, τι ακριβώς εννοούμε κάθε φορά και γιατί προτιμήσαμε τον ένα ή τον άλλο τρόπο γραφής.

Ο 2ος ΚΑΝΟΝΑΣ KIRCHHOFF ΣΕ ΕΝΑΝ ΑΠΛΟ ΒΡΟΧΟ

Όταν σε ένα κύκλωμα συνεχούς χρησιμοποιούμε τον 2^{ο} κανόνα του Kirchhoff επικρατέστερη είναι η τακτική να θεωρούμε θετικές όλες τις τάσεις και να τις προσθέτουμε ή να τις αφαιρούμε αν αντίστοιχα ανεβάζουν ή κατεβάζουν το δυναμικό.

Αν μάλιστα το κύκλωμα αποτελείται μόνο από έναν απλό βρόχο, υπάρχει δηλαδή ένα μόνο ρεύμα τότε, δεδομένου και του γεγονότος ότι ο 2^{ος} κανόνας του Kirchhoff εκφράζει τη διατήρηση της ενέργειας, συνηθίζεται να χρησιμοποιούμε τη φορά του ρεύματος (εννοούμε πάντα τη ***συμβατική φορά***) σαν φορά διαγραφής, οπότε:

- Οι τάσεις που προστίθενται, που προκαλούν δηλαδή αύξηση στο δυναμικό, είναι αυτές που προσφέρουν ηλεκτρική ενέργεια στο κύκλωμα (παραγόμενο ηλεκτρικό έργο στα φορτία του ρεύματος) η οποία προέρχεται από κάποια άλλη μορφή. Αντιστοιχούν δηλαδή στις ***πηγές*** του κυκλώματος.

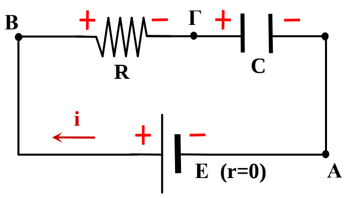
- Αντίθετα, οι τάσεις που αφαιρούνται, που προκαλούν δηλαδή μείωση στο δυναμικό, είναι αυτές που αφαιρούν ηλεκτρική ενέργεια από το κύκλωμα (δαπανώμενο ηλεκτρικό έργο από τα φορτία του ρεύματος) και την μετατρέπουν σε κάποια άλλη μορφή. Αντιστοιχούν δηλαδή στους ***καταναλωτές*** του κυκλώματος, ***ωμικούς καταναλωτές*** ή γενικότερα ***αποδέκτες*** κάθε μορφής.

Σύμφωνα λοιπόν με τη συνήθη πρακτική του 2^{ου} κανόνα του Kirchhoff και της διατήρησης ενέργειας, αν θέλουμε να ενσωματώσουμε ένα πρόσημο στο σύμβολο της τάσης **V** στα άκρα ενός στοιχείου του κυκλώματος και να τη θεωρούμε «αλγεβρικό» μέγεθος τότε η τάση αυτή μπορεί να θεωρηθεί ***θετική αν το στοιχείο λειτουργεί σαν πηγή*** ή αντίστοιχα ***αρνητική αν το στοιχείο λειτουργεί σαν αποδέκτης***.

Δεδομένου μάλιστα ότι ***η ένταση* I *του ρεύματος θεωρείται θετική***, η ηλεκτρική ισχύς $\mathbf{P=V\cdot I}$ του κάθε στοιχείου, ο ρυθμός δηλαδή με τον οποίο αυτό προσφέρει ενέργεια στο κύκλωμα, αν τη δούμε αλγεβρικά, συμβαδίζει με το πρόσημο της αντίστοιχης τάσης:

Η ισχύς μιας πηγής είναι θετική, ενώ η ισχύς ενός αποδέκτη αρνητική.

Έτσι αν διατρέξουμε το πιο κάτω κύκλωμα φόρτισης ενός πυκνωτή με τη φορά του ρεύματος έχουμε:



$\mathbf{V_{AB}+V_{B\Gamma}+V_{\Gamma A} = 0}$ (όπου $\mathbf{V_{AB}<0}$ και $\mathbf{V_{B\Gamma}}$, $\mathbf{V_{\Gamma A}>0}$)

Ή μπορούμε να θεωρήσουμε όλες τις τάσεις θετικές και να γράψουμε:

$$\mathbf{V_{πηγής} - V_R - V_C = 0 \Longrightarrow E - i\cdot R - V_C = 0}$$

Ή τέλος να θεωρήσουμε τις τάσεις αλγεβρικά, οπότε:

$\mathbf{V_{πηγής} + V_R + V_C = 0}$ (όπου όμως τώρα $\mathbf{V_{πηγής}>0}$ και $\mathbf{V_R}$, $\mathbf{V_C<0}$)

Στην πράξη βέβαια ***είναι άσκοπο σε ένα κύκλωμα συνεχούς*** να γράψουμε αλγεβρικά τις τάσεις αφού ήδη γνωρίζουμε τις πολικότητές τους και δεν αλλάζουν κατά τη διάρκεια του φαινόμενου. Γι' αυτό και προτιμάμε τη σχέση $\mathbf{E-i\cdot R-V_C=0}$ από την οποία προκύπτει και η αντίστοιχη διαφορική εξίσωση του κυκλώματος, π.χ. για την τάση $\mathbf{V_C}$ του πυκνωτή:

$$\mathbf{RC\frac{dV_C}{dt} + V_C - E = 0}$$

ΜΕ ΤΙ ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΕΠΙΛΕΓΟΥΜΕ ΤΑ ΠΡΟΣΗΜΑ ΣΤΟ LC;

Όταν έχουμε ***κύκλωμα εναλλασσόμενου, αναγκαζόμαστε να αντιμετωπίσουμε αλγεβρικά τις τάσεις και την ένταση του ρεύματος*** για να συμπεριλάβουμε την εναλλαγή της πολικότητας ή της φοράς αντίστοιχα.

Φτάνουμε έτσι στις εύλογες απορίες που μπορεί να προκύψουν από το εκάστοτε ***κριτήριο επιλογής των προσήμων***, που κατά κανόνα περιέχει κάποια αυθαίρετη αρχική επιλογή.

Αναφέρω ενδεικτικά για παράδειγμα μερικά τέτοια κριτήρια:

- Αν ο πυκνωτής είναι αρχικά φορτισμένος, θεωρούμε ότι η τάση και το φορτίο του στην κατάσταση αυτή έχουν θετικές τιμές.
- Αν αρχικά το πηνίο διαρέεται από ρεύμα, θεωρούμε θετικό το ρεύμα αυτής της φοράς.
- Θεωρούμε ότι ένταση του ρεύματος έχει το ίδιο πρόσημο με το ρυθμό μεταβολής του φορτίου του πυκνωτή.
- Θεωρούμε ότι η ένταση του ρεύματος έχει το ίδιο πρόσημο με το ρυθμό εκφόρτισης του πυκνωτή.
- Βάζουμε γράμματα στα άκρα κάθε στοιχείου, επιλέγουμε αυθαίρετα κάποιο αρχικό σημείο, π.χ. το θετικό πόλο του αρχικά φορτισμένου πυκνωτή, και χρησιμοποιούμε τις διαφορές δυναμικού από σημείο σε σημείο, αντί των τάσεων, διατρέχοντας το κύκλωμα με ορισμένη φορά.
- Κλπ.

Κάποια από αυτά είναι βέβαια αντιφατικά. Είναι λογικό επίσης να μην είναι πλήρης η αναλογία με τα πρόσημα των αντίστοιχων μεγεθών του μηχανικού συστήματος. Όχι ότι είναι υποχρεωτικό να συμβαίνει αυτό, αλλά η διαφοροποίηση μας δημιουργεί κάποια αμφιβολία για το πόσο επιτυχής ήταν η επιλογή ενός κριτηρίου.

Είδαμε πιο πάνω ότι μια συνήθης πρακτική σε έναν απλό βρόχο είναι να θεωρούμε θετική την ένταση, θετικές τις τάσεις των πηγών και αρνητικές των αποδεκτών.

Αυτό βέβαια δεν μπορούμε να το διατηρήσουμε στο εναλλασσόμενο, ***μπορούμε όμως να διατηρήσουμε τη λογική να θεωρούμε θετική την ισχύ μιας πηγής και αρνητική την ισχύ ενός αποδέκτη***, αφού αντίστοιχα προσφέρει ηλεκτρική ενέργεια στα κινούμενα φορτία – φορείς ή αφαιρεί από αυτά.

<u>Σύμφωνα λοιπόν πάλι με τη συνήθη πρακτική του 2^{ου} κανόνα Kirchhoff και της διατήρησης της ενέργειας</u>, ***μπορούμε να θεωρούμε την τάση στα άκρα του πυκνωτή ή του πηνίου και την ένταση του ρεύματος ομόσημες*** ($P_{ηλ}=v\cdot i>0$) ***όταν το στοιχείο λειτουργεί σαν πηγή και ετερόσημες*** ($P_{ηλ}<0$) ***όταν λειτουργεί σαν αποδέκτης***.

ΗΕΔ ΠΗΓΗΣ, ΣΧΕΣΗ ΤΗΣ ΜΕ ΤΗΝ ΤΑΣΗ ΣΤΑ ΑΚΡΑ ΤΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΥ, ΗΕΔ ΑΠΟ ΑΥΤΕΠΑΓΩΓΗ

Στη Β' Λυκείου ορίζουμε την **ΗΕΔ** μιας πηγής σύμφωνα με τη σχέση $E=W_{ηλ}/q$ ως μια θετική φυσική ποσότητα / ιδιότητα της πηγής. Τη συσχετίζουμε με την πολική τάση της πηγής ($V_π=E-I\cdot r$) και αν η πηγή είναι ιδανική θεωρούμε ότι η τάση στους πόλους της συμπίπτει με την ΗΕΔ της πηγής ($V_π=E$).

Επίσης σε ανοικτό κύκλωμα πάλι θεωρούμε ότι $V_π=E$.

Στο κύκλωμα LC τώρα συναντάμε συνήθως την ίδια πρακτική, για το ιδανικό πηνίο ότι η ΗΕΔ από αυτεπαγωγή συμπίπτει με την τάση στα άκρα του ($ε_{αυτ}=v_L$) και για τον πυκνωτή ότι η ίδια η τάση στα άκρα του παίζει το ρόλο ΗΕΔ ($ε_C=v_C$).

Σπανιότερα, συναντάμε όμως και την άποψη ότι $\varepsilon_{αυτ}=-v_L$ και το ίδιο για τον πυκνωτή, ότι η ΗΕΔ δηλαδή του κάθε στοιχείου έχει αντίθετη πολικότητα από την τάση στα άκρα του. Σε τι βασίζεται αυτή η θέση;

Στη βιβλιογραφία υπάρχει ο εξής ορισμός για την ***ΗΕΔ ανοικτού κυκλώματος μιας πηγής***:

$\mathbf{E} = -\int_0^L \boldsymbol{\mathcal{E}} \cdot \mathbf{dx}$ ή αλλιώς $\mathbf{E = -V_\pi}$ όπου $\boldsymbol{\mathcal{E}}$ είναι η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου που δημιουργείται στο εσωτερικό της πηγής καθώς αυτή προσπαθεί να μετακινήσει τα φορτία προς τον θετικό της πόλο και έτσι συσσωρεύονται προκαλώντας την εμφάνιση πολικής τάσης $\mathbf{V_\pi}$ στα άκρα της. Το πεδίο αυτό αντιτίθεται όλο και πιο πολύ στη μετακίνηση των φορτίων και τελικά τη σταματά, σταθεροποιώντας έτσι την τάση στους πόλους της πηγής. Το αρνητικό πρόσημο έχει εδώ φυσικό νόημα αφού η τάση αυτή αντιτίθεται στην ΗΕΔ της πηγής. Κάτι τέτοιο συναντάμε π.χ. στα κοινά ηλεκτρικά στοιχεία αλλά και στην ΗΕΔ από επαγωγή που αναπτύσσεται σε αγωγό όταν κινείται μέσα σε μαγνητικό πεδίο.

Ο ορισμός αυτός στο ανοικτό κύκλωμα είναι κατανοητός σε μια πηγή όταν η ΗΕΔ προέρχεται από ένα μηχανισμό όπως οι χημικές αντιδράσεις, οι ηλεκτρομαγνητικές δυνάμεις από κάποιο εξωτερικό πεδίο, από μία διαρκή δηλαδή αιτία που προσπαθεί να κινήσει τα φορτία / φορείς στο εσωτερικό της πηγής και να τα μεταφέρει σε ψηλότερο δυναμικό ακόμα και όταν το κύκλωμα είναι ανοικτό.

Πιστεύω όμως ότι αυτό ***δεν μπορεί να έχει εφαρμογή στα στοιχεία του κυκλώματος LC***, αφού αφενός δεν πρόκειται για ανοικτό κύκλωμα, αλλά και επιπλέον ο ίδιος ο μηχανισμός εμφάνισης ΗΕΔ δεν είναι διαρκής αλλά παροδικός και προκαλείται από την αντίδραση του κάθε στοιχείου στις μεταβολές που του συμβαίνουν.

Αυτή λοιπόν η επιλογή να θεωρήσουμε την ΗΕΔ του κάθε στοιχείου αντίθετη από την τάση στα άκρα του μάλλον δεν δικαιολογείται παρά μόνο σαν μια «τακτοποίηση» των προσήμων ώστε να συμφωνήσουν με τον ενεργειακό ρόλο του στοιχείου.

Στα επόμενα λοιπόν θα θεωρούμε ότι ***οι ΗΕΔ των δύο στοιχείων συμπίπτουν με τις τάσεις στα άκρα τους***: $\varepsilon_{αυτ}=v_L$ και $\varepsilon_C=v_C$.

Ειδικότερα τώρα, η ΗΕΔ του πηνίου σύμφωνα με το νόμο της αυτεπαγωγής, είναι: $\varepsilon_{αυτ}=-L\cdot di/dt$ με το αρνητικό πρόσημο να εκφράζει σύμφωνα με τον κανόνα του Lenz την αντίθεσή της στις μεταβολές του ρεύματος.

Στην πράξη, ειδικά στα κυκλώματα συνεχούς, μπορούμε να γράφουμε το νόμο με απόλυτα, αφού πρόκειται για μία θετική ποσότητα και να σημειώνουμε στο σχήμα τη σωστή πολικότητα.

Αν όμως θέλουμε να ενσωματώσουμε ένα πρόσημο που να μας δίνει κάποια πρόσθετη πληροφορία (όπως π.χ. αν το πηνίο λειτουργεί σαν πηγή ή σαν αποδέκτης), τότε τον χρησιμοποιούμε στη μορφή $\varepsilon_{αυτ}=-L\cdot di/dt$ ή στη μορφή $\varepsilon_{αυτ}=L\cdot di/dt$

Υπάρχει και για τις δύο μορφές σχετική επιχειρηματολογία και ανάλογα με τις υπόλοιπες επιλογές μας μπορεί νομίζω να θεωρηθεί (έστω, περισσότερο ή λιγότερο) δικαιολογημένη η κάθε μια από τις δύο αυτές μορφές.

Στα επόμενα, αφού ήδη θεωρούμε ότι $\varepsilon_{αυτ}=v_L$, θα χρησιμοποιούμε για την $\varepsilon_{αυτ}$ τον νόμο της στη μορφή που θα ικανοποιεί τη συνθήκη αυτή.

ΜΙΑ ΠΡΩΤΗ ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΤΗΣ ΑΝΑΛΟΓΙΑΣ ΜΕΤΑΞΥ ΤΟΥ ΚΥΚΛΩΜΑΤΟΣ LC ΚΑΙ ΤΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΕΛΑΤΗΡΙΟΥ–ΜΑΖΑΣ, ΚΑΘΩΣ ΚΑΙ ΤΗΣ ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΙΑΣ ΤΩΝ ΜΕΓΕΘΩΝ

Η πρώτη παρατήρηση που αφορά τα δύο συστήματα είναι η εξής:

Στο κύκλωμα LC η μεταφορά ενέργειας από τον πυκνωτή στο πηνίο και αντίστροφα γίνεται ***μέσω του ρεύματος*** (και του ηλεκτρικού έργου του πεδίου που θέτει τα φορτία σε κίνηση).

Τα (κατά σύμβαση θετικά) φορτία, όταν περνούν μέσα από το πηνίο κινούμενα προς σημεία χαμηλότερου δυναμικού χάνουν ενέργεια η οποία μετατρέπεται σε ενέργεια μαγνητικού πεδίου στο πηνίο. Στην περίπτωση αυτή, ο πυκνωτής λειτουργεί σαν πηγή και το πηνίο σαν αποδέκτης. Η τάση $\mathbf{v_C}$ του πυκνωτή παίζει το ρόλο ΗΕΔ στο κύκλωμα.

Όταν όμως διέρχονται από το πηνίο κινούμενα προς σημεία ψηλότερου δυναμικού, τότε παίρνουν ενέργεια από αυτό η οποία μετατρέπεται σε ενέργεια ηλεκτρικού πεδίου στον πυκνωτή. Το πηνίο τώρα λειτουργεί σαν πηγή και ο πυκνωτής σαν αποδέκτης. Η $\boldsymbol{\varepsilon_{αυτ}}$ του πηνίου (η οποία εμφανίζεται σαν τάση $\mathbf{v_L}$ στα άκρα του) παίζει τώρα το ρόλο ΗΕΔ στο κύκλωμα.

Στη μηχανική όμως η αλληλεπίδραση μάζας – ελατηρίου είναι άμεση. Τα δύο σώματα ασκούν το ένα στο άλλο δυνάμεις (δράση – αντίδραση, $\mathbf{F_{ελ.}} = -\mathbf{F_{σώμ.}}$) και μέσω του έργου των δυνάμεων αυτών μεταφέρεται η ενέργεια από το ένα σώμα στο άλλο και αλλάζει μορφή από δυναμική σε κινητική και αντίστροφα.

Μπορούμε, αν θέλουμε μια ***στενότερη αναλογία*** ανάμεσα στα δύο συστήματα, να υποθέσουμε ότι μεταξύ ελατηρίου και σώματος υπάρχει ένας ***αβαρής κρίκος*** σύνδεσης (***το ανάλογο του ρεύματος***).

Οι δυνάμεις $\mathbf{F_{ελατ.}}$, $\mathbf{F_{σώμ.}}$ από το ελατήριο και το σώμα αντίστοιχα, ασκούνται τότε και οι δύο στον κρίκο και δεν αποτελούν πλέον ζευγάρι δράσης – αντίδρασης, αλλά πάντως έχουν συνεχώς συνισταμένη μηδέν, αφού ο κρίκος είναι αβαρής:

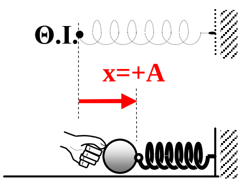
Έτσι, όταν η μία από αυτές προσφέρει ενέργεια στον κρίκο παράγοντας έργο, η άλλη την αφαιρεί καταναλώνοντας το ίδιο έργο και τελικά μεταφέρεται η ενέργεια από το ελατήριο στο σώμα και αντίστροφα, αλλάζοντας ταυτόχρονα και μορφή.

<u>Στον αβαρή κρίκο</u>: $\mathbf{\Sigma F = 0}$ δηλαδή $\mathbf{F_{ελατ.} + F_{σώμ.} = 0}$ οπότε: $\boxed{\mathbf{F_{ελατ.} = -F_{σώμ.}}}$

<u>Όμοια στο LC</u>: $\mathbf{\Sigma V = 0}$ δηλαδή $\mathbf{v_C + v_L = 0}$ οπότε: $\boxed{\mathbf{v_C = -v_L}}$

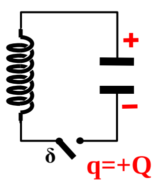
Μπορούμε λοιπόν να γράψουμε μια ***αντιστοιχία ανάμεσα στα μεγέθη του μηχανικού και του ηλεκτρικού συστήματος***, παραβλέποντας για την ώρα αν υπάρχει απόλυτη συμφωνία ή όχι στα πρόσημά τους. (Στη συνέχεια θα ασχοληθούμε με αυτό πιο αναλυτικά, εξετάζοντας τα διάφορα κριτήρια επιλογής των προσήμων στο LC):

Αρχική κατάσταση του κάθε συστήματος (t=0)



Το ελατήριο k είναι συμπιεσμένο κατά **x=+A** και έχει δυναμική ενέργεια:

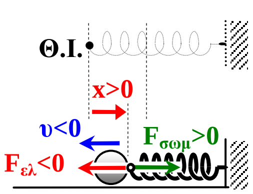
$$U = \frac{1}{2} \cdot k \cdot A^2$$



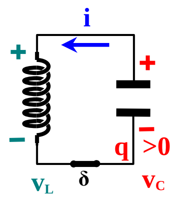
Ο πυκνωτής C είναι φορτισμένος με **q=+Q** και έχει ηλεκτρική ενέργεια:

$$U_E = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{C} \cdot Q^2$$

Κατάσταση λίγο μετά την έναρξη των δύο ταλαντώσεων (0 < t < T/4)



Το ελατήριο αποσυμπιέζεται. Η τάση $\mathbf{F_{ελ}}$ αναγκάζει τον κρίκο να κινηθεί προσφέροντας μέσω του έργου της ενέργεια. Το σώμα με την αδράνειά του m αντιστέκεται στην αύξηση της ταχύτητας, η οποία έτσι αυξάνεται σταδιακά και όχι απότομα, ασκώντας στον κρίκο $\mathbf{F_{σωμ}}$ και απορροφώντας ενέργεια που μετατρέπεται σε κινητική.



Ο πυκνωτής εκφορτίζεται. Η τάση $\mathbf{v_C}$ προκαλεί ρεύμα και ο πυκνωτής λειτουργεί ως πηγή προσφέροντας ενέργεια.
Το πηνίο με την αδράνειά του L εμφανίζει $\mathbf{ε_{αυτ}}$ που αντιστέκεται στην αύξηση του ρεύματος, αναγκάζοντάς το να αυξηθεί σταδιακά και όχι απότομα. Όσο συμβαίνει αυτό λειτουργεί ως αποδέκτης απορροφώντας ενέργεια και μετατρέποντάς τη σε ενέργεια μαγνητικού πεδίου.

Ιδιότητες του συστήματος

Σταθερά επαναφοράς:	**D**	$D \rightarrow \frac{1}{C}$	Χωρητικότητα:	**C**
Μάζα:	**m**	$m \rightarrow L$	Συντελεστής αυτεπαγωγής:	**L**

$\omega = \sqrt{\frac{D}{m}}$ $\quad T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}}$	$\omega = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}}$ $\quad T = 2\pi\sqrt{L \cdot C}$

Μέγιστες τιμές μεγεθών

Μέγ. απομάκρυνση (πλάτος):	**A**	Μέγ. φορτίο πυκνωτή	**Q**
Μέγ. ταχύτητα:	$υ_{max} = A \cdot ω$	Μέγ. ένταση ρεύματος	$I = Q \cdot ω$
Μεγ. επιτάχυνση:	$α_{max} = A \cdot ω^2$	Μεγ. ρυθμ. μεταβολής ρεύματος	$\left(\frac{di}{dt}\right)_{max} = Q \cdot ω^2$
Μέγ. δύναμη ελατηρίου / σώματος:	$F_{max} = D \cdot A$	Μέγ. ΗΕΔ αυτεπαγωγής, Μεγ. τάσεις πην. / πυκν.:	$E_{αυτ} = V_L = V_C = \frac{1}{C} \cdot Q$
Μέγ. δυν. / κιν. ενέργεια:	$U_{max} = K_{max} = E$	Μέγ. ηλ. / μαγν. ενέργεια	$U_{E,max} = U_{B,max} = E$
Ολική ενέργεια:	$E = \frac{1}{2} \cdot D \cdot A^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot υ_{max}^2$	Ολική ενέργεια:	$E = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{C} \cdot Q^2 = \frac{1}{2} \cdot L \cdot I^2$

Στιγμιαίες τιμές μεγεθών			
Απομάκρυνση:	$\mathbf{x}$	Φορτίο πυκνωτή:	$\mathbf{q}$
Ταχύτητα:	$\boldsymbol{\upsilon} = \dfrac{\mathbf{dx}}{\mathbf{dt}}$	Ένταση ρεύματος:	$\lvert \mathbf{i} \rvert = \dfrac{\lvert \mathbf{dq} \rvert}{\mathbf{dt}}$
Επιτάχυνση:	$\boldsymbol{\alpha} = \dfrac{\mathbf{d\upsilon}}{\mathbf{dt}} = \dfrac{\mathbf{-F_{\sigma\acute{\omega}\mu}}}{\mathbf{m}}$	Ρυθμός μεταβολής έντασης:	$\left\lvert \dfrac{\mathbf{di}}{\mathbf{dt}} \right\rvert = \dfrac{\lvert \boldsymbol{\varepsilon}_{\alpha\upsilon\tau} \rvert}{\mathbf{L}} = \dfrac{\lvert \mathbf{v_L} \rvert}{\mathbf{L}}$
Δύναμη που ασκεί το ελατήριο στον κρίκο:	$\mathbf{F_{\varepsilon\lambda\alpha\tau.} = -\,D \cdot x}$	Τάση πυκνωτή:	$\lvert \mathbf{v_C} \rvert = \dfrac{\mathbf{1}}{\mathbf{C}} \cdot \lvert \mathbf{q} \rvert$
Δύναμη που ασκεί το σώμα στον κρίκο:	$\mathbf{F_{\sigma\acute{\omega}\mu.} = -\,m \cdot \alpha}$	Τάση πηνίου:	$\lvert \mathbf{v_L} \rvert = \mathbf{L} \cdot \dfrac{\lvert \mathbf{di} \rvert}{\mathbf{dt}}$
Newton , **ΣF=0**:	$\mathbf{F_{\varepsilon\lambda\alpha\tau.} + F_{\sigma\acute{\omega}\mu.} = 0}$	Kirchhoff , **ΣV=0**:	$\mathbf{v_C + v_L = 0}$
Δυναμική ενέργεια:	$\mathbf{U} = \dfrac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}} \cdot \mathbf{D \cdot x^2}$	Ηλεκτρική ενέργεια:	$\mathbf{U_\varepsilon} = \dfrac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}} \cdot \dfrac{\mathbf{1}}{\mathbf{C}} \cdot \mathbf{q^2}$
Κινητική ενέργεια:	$\mathbf{K} = \dfrac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}} \cdot \mathbf{m \cdot \upsilon^2}$	Μαγνητική ενέργεια:	$\mathbf{U_B} = \dfrac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}} \cdot \mathbf{L \cdot i^2}$

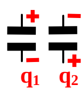
ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΜΕΛΕΤΗ ΜΕΡΙΚΩΝ ΠΕΡΙΠΤΩΣΕΩΝ

1. *Στο κύκλωμα LC, το φορτίο του πυκνωτή (καθώς και η τάση στους οπλισμούς του) παίρνει θετικές και αρνητικές τιμές. Τι σημαίνει αυτό από φυσική άποψη; Το φορτίο ενός πυκνωτή δεν είναι εξ ορισμού θετική ποσότητα; Πρόκειται μήπως για το φορτίο του ενός από τους δύο οπλισμούς;*

Απάντηση:

Φορτίο **q** ενός πυκνωτή ονομάζουμε το φορτίο που μεταφέρθηκε από τον ένα οπλισμό στον άλλο κατά τη φόρτιση (θετικό κατά σύμβαση). Έτσι οι δύο οπλισμοί αποκτούν ετερώνυμα φορτία +q και −q. Πρόκειται λοιπόν για μια θετική ποσότητα. Επιπλέον, από τη σχέση $\mathbf{v_C = q/C}$ προκύπτει το ίδιο και για την τάση του πυκνωτή, τη θεωρούμε δηλαδή θετική.

Σε μια ηλεκτρική ταλάντωση όμως ο πυκνωτής εμφανίζει δύο διαφορετικές καταστάσεις φόρτισης, αφού η πολικότητά του αλλάζει περιοδικά. Έτσι για να τις διακρίνουμε, αντιστοιχούμε σε κάθε κατάσταση από ένα πρόσημο. Π.χ. στο διπλανό σχήμα: $\mathbf{q_1>0,\ v_{C,1}>0}$ και $\mathbf{q_2<0,\ v_{C,2}<0}$.



Η επιλογή αυτή γίνεται κατ' αρχήν αυθαίρετα, εκτός αν ζητείται ή πρέπει να χρησιμοποιηθεί κάποιο άλλο κριτήριο.

Αφού επιλέξουμε ποια από τις δύο καταστάσεις αντιστοιχεί σε **q>0** μπορούμε αν θέλουμε να χρησιμοποιούμε τον ένα από τους δύο οπλισμούς σαν μνημονική βοήθεια.

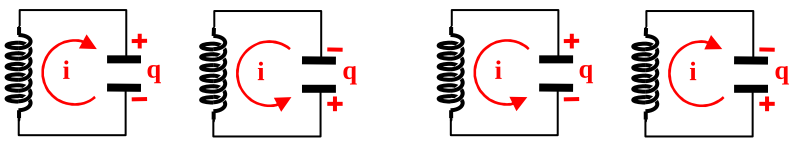
2. *Στο κύκλωμα LC, η ένταση του ρεύματος παίρνει θετικές και αρνητικές τιμές. Τι σημαίνει αυτό από φυσική άποψη; Η ένταση ρεύματος δεν είναι εξ ορισμού θετική ποσότητα; Με ποιο κριτήριο επιλέγουμε τη θετική φορά του ρεύματος;*

Απάντηση:

Η ένταση του ρεύματος ορίζεται ως ο ρυθμός διέλευσης φορτίου από μια διατομή του αγωγού (**i=dq/dt**) και μάλιστα θετικού φορτίου (συμβατική φορά). Πράγματι λοιπόν είναι μια θετική ποσότητα.

Όταν όμως έχουμε εναλλαγή της φοράς (εναλλασσόμενο ρεύμα) χρησιμοποιούμε πρόσημα ώστε να διακρίνουμε τις δύο φορές (π.χ. μπορούμε να θεωρήσουμε θετική τη φορά του ρολογιού και αρνητική την αντίθετη, ή το αντίστροφο).

Σύμφωνα τώρα με το σχολικό βιβλίο (σελ. 15), στο κύκλωμα LC «***θετική θεωρείται η φορά του ρεύματος, όταν αυτό κατευθύνεται προς τον οπλισμό που για t=0 ήταν θετικά φορτισμένος***». Επειδή, σύμφωνα πάντα με το σχολικό, η αρχική κατάσταση του πυκνωτή ήταν κατάσταση θετικού φορτίου (**t=0 → q=+Q**), προκύπτουν οι εξής συνδυασμοί για τα πρόσημα των **q** και **i**:



q>0, i>0 (φόρτιση) **q<0, i<0 (φόρτιση)** **q>0, i<0 (εκφόρτιση)** **q<0, i>0 (εκφόρτιση)**

Το κριτήριο λοιπόν που προκύπτει από το σχολικό γενικότερα για την επιλογή των προσήμων είναι το εξής:

Κατά τη ***φόρτιση*** του πυκνωτή, όταν δηλαδή το ρεύμα κατευθύνεται προς τον θετικό (+) οπλισμό του, η ένταση ρεύματος **i** και το φορτίο του **q** είναι ***ομόσημα***.

Όταν βέβαια ο πυκνωτής ***εκφορτίζεται***, τα δύο μεγέθη είναι ***ετερόσημα***.

Έτσι, αν δεν είναι εμφανές από την εκφώνηση της άσκησης ποια πολικότητα για το **q** ή ποια φορά για το **i** πρέπει να θεωρήσουμε θετική, τότε ***επιλέγουμε το πρόσημο του ενός από τα δύο μεγέθη αυθαίρετα*** και εφαρμόζουμε στη συνέχεια το πιο πάνω κριτήριο.

<u>Παρατηρήσεις</u>:

I. Σύμφωνα με το κριτήριο αυτό, η ένταση ρεύματος ***συμπίπτει*** με το ρυθμό μεταβολής του φορτίου του πυκνωτή: $\mathbf{i=dq/dt}$.

Πράγματι, κατά τη ***φόρτιση*** $\mathbf{q}$, $\mathbf{dq}$ είναι ομόσημα άρα και $\mathbf{q}$, $\mathbf{i}$ ***ομόσημα***.

Ενώ κατά την ***εκφόρτιση*** $\mathbf{q}$, $\mathbf{dq}$ είναι ετερόσημα άρα και $\mathbf{q}$, $\mathbf{i}$ ***ετερόσημα***.

II. Οι εξισώσεις $\mathbf{q(t)}$ και $\mathbf{i(t)}$ βρίσκονται σε πλήρη αναλογία με τις αντίστοιχες $\mathbf{x(t)}$ και $\mathbf{\upsilon(t)}$ του μηχανικού συστήματος. Υπάρχει όμως ***αναντιστοιχία στα πρόσημα τάσεων / δυνάμεων***: Η δύναμη του ελατηρίου (δύναμη επαναφοράς) είναι <u>αντίθετη</u> της απομάκρυνσης, $\mathbf{F_{\varepsilon\lambda\alpha\tau.} = -\,D\cdot x}$, ενώ η τάση $\mathbf{v_C}$ του πυκνωτή είναι <u>ομόσημη</u> με το φορτίο του $\mathbf{q}$ αφού $\mathbf{v_C = {}^1/_C\cdot q}$.

Ακόμα, για να ικανοποιείται ο 2ος κανόνας του Kirchhoff ($\mathbf{v_L=-v_C}$), Η ΗΕΔ του πηνίου πρέπει να γραφεί: $\mathbf{\varepsilon_{\alpha\upsilon\tau} = v_L = L\cdot\frac{di}{dt}}$

III. Το κριτήριο αυτό ***έρχεται επίσης σε αντίθεση*** με την πρακτική να θεωρούμε θετική την ισχύ μιας πηγής και αρνητική την ισχύ ενός αποδέκτη.

Πράγματι, η ισχύς $\mathbf{p_C=v_C\cdot i}$ του πυκνωτή στην περίπτωση αυτή έχει ***θετική τιμή κατά τη φόρτιση*** του πυκνωτή (αποδέκτης) και ***αρνητική κατά την εκφόρτιση*** (πηγή). Γι' αυτό εξάλλου και θεωρούμε ότι η ισχύς αυτή ***εκφράζει τον ρυθμό μεταβολής της ενέργειας του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή***, που είναι αντίθετος από τον ρυθμό με τον οποίο προσφέρει ο πυκνωτής ηλεκτρική ενέργεια στο κύκλωμα:

$$\mathbf{\frac{dW_{\eta\lambda}}{dt} = -\frac{dU\varepsilon}{dt}}$$

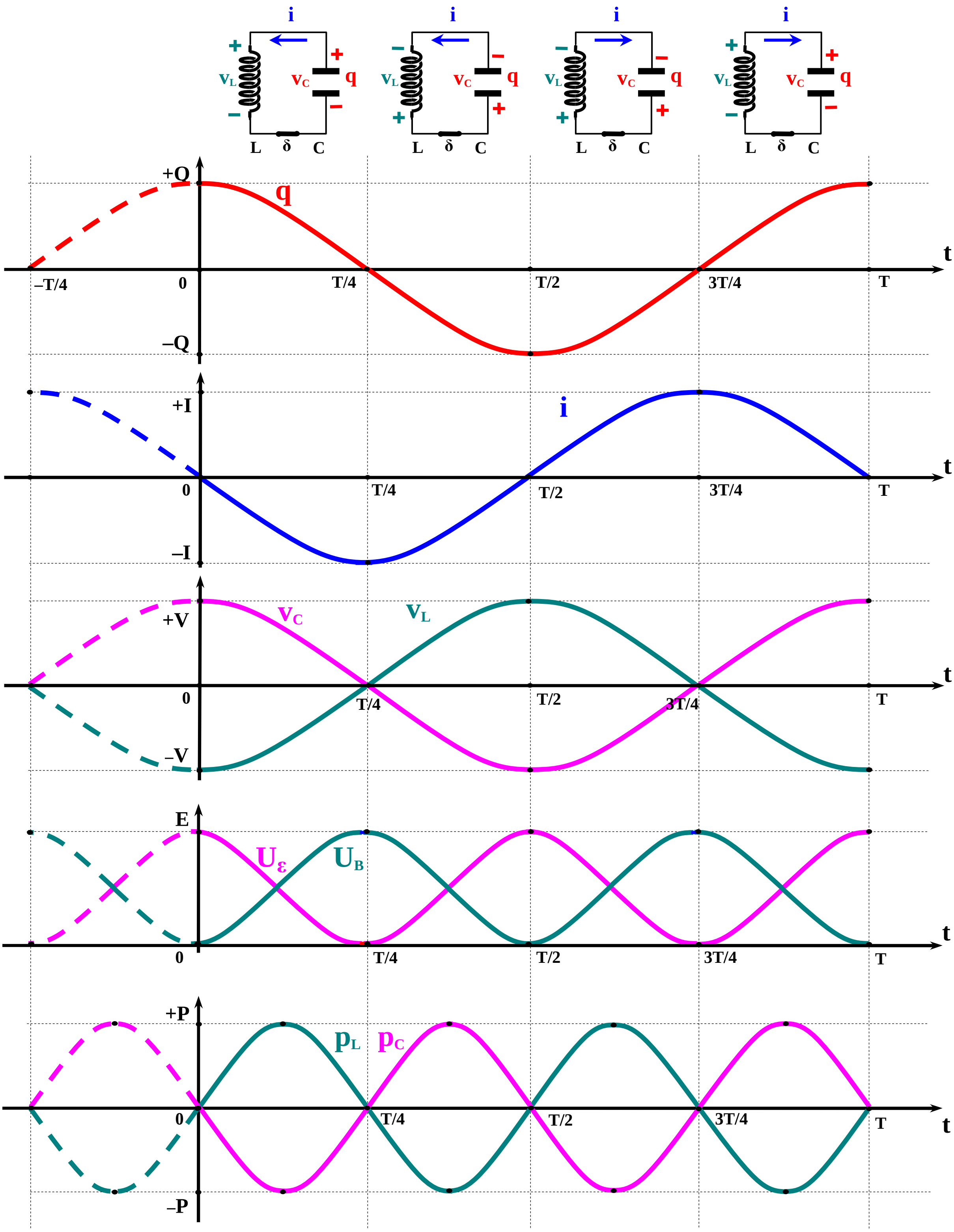
Το ίδιο ισχύει επίσης και για την ηλεκτρική ισχύ του πηνίου.

Οι εξισώσεις των στιγμιαίων τιμών αναλυτικά είναι:

$\mathbf{x = A\cdot\eta\mu(\omega\cdot t + \varphi_o)}$		$\mathbf{q = Q\cdot\eta\mu(\omega\cdot t + \varphi_o)}$	
$\mathbf{\upsilon = \omega\cdot A\cdot\sigma\upsilon\nu(\omega\cdot t + \varphi_o)}$		$\mathbf{i = \omega\cdot Q\cdot\sigma\upsilon\nu(\omega\cdot t + \varphi_o)}$	
$\mathbf{\alpha = -\,\omega^2\cdot A\cdot\eta\mu(\omega\cdot t + \varphi_o)}$		$\mathbf{\frac{di}{dt} = -\,\omega^2\cdot Q\cdot\eta\mu(\omega\cdot t + \varphi_o)}$	
$\mathbf{F_{\varepsilon\lambda\alpha\tau.} + F_{\sigma\acute{\omega}\mu.} = 0}$		$\mathbf{v_C + v_L = 0}$	
$\mathbf{F_{\varepsilon\lambda\alpha\tau.} = -\,D\cdot x}$	$\mathbf{F_{\sigma\acute{\omega}\mu.} = -\,m\cdot\alpha}$	$\mathbf{v_C = {}^1/_C\cdot q}$	$\mathbf{\varepsilon_{\alpha\upsilon\tau} = v_L = L\cdot\frac{di}{dt}}$
$\mathbf{F_{\varepsilon\lambda\alpha\tau.} = -\,D\cdot A\cdot\eta\mu(\omega\cdot t + \varphi_o)}$		$\mathbf{v_C = {}^1/_C\cdot Q\cdot\eta\mu(\omega\cdot t + \varphi_o)}$	
$\mathbf{F_{\sigma\acute{\omega}\mu.} = +\,D\cdot A\cdot\eta\mu(\omega\cdot t + \varphi_o)}$		$\mathbf{v_L = -\,{}^1/_C\cdot Q\cdot\eta\mu(\omega\cdot t + \varphi_o)}$	

Για να προκύψει το παράδειγμα του σχολικού, δηλ. για $\mathbf{t=0}$ να έχουμε $\mathbf{q=+Q}$, πρέπει να θέσουμε $\mathbf{\varphi_o=\pi/2}$.

Οι γραφικές παραστάσεις των μεγεθών του LC στην περίπτωση αυτή είναι οι εξής:



3. *Πώς σχετίζεται η ένταση του ρεύματος με το ρυθμό μεταβολής του φορτίου του πυκνωτή στο κύκλωμα LC; Είναι σωστό να γράφουμε* $\mathbf{i=dq/dt}$ *ή μήπως είναι* $\mathbf{i=-dq/dt}$*;*

Απάντηση:

Η αφορμή για τη διατύπωση αυτής της ερώτησης προήλθε από το βιβλίο του καθηγητή (σελ. 13) που χρησιμοποιεί για την ένταση τη σχέση: $\mathbf{i=-dq/dt}$. Η σχέση αυτή βρίσκεται βέβαια σε αντίθεση με το κριτήριο που διατυπώσαμε σύμφωνα με το σχολικό βιβλίο στην ερώτηση ***2***.

Μπορούμε να τεκμηριώσουμε από φυσική άποψη την νέα αυτή επιλογή για την ένταση, δηλ. $\mathbf{i=-dq/dt}$, αν ακολουθήσουμε τον εξής συλλογισμό:

Όταν εκφορτίζεται ο πυκνωτής, λειτουργεί σαν πηγή και σύμφωνα με την πρακτική του $2^{ου}$ κανόνα Kirchhoff και της διατήρησης ενέργειας που αναφέραμε στην εισαγωγή, η ισχύς του θα πρέπει να είναι θετική, αφού προσφέρει ενέργεια στο κύκλωμα. Συνεπώς, η ένταση $\mathbf{i}$ του ρεύματος θα πρέπει ***κατά την εκφόρτιση να είναι ομόσημη*** με την τάση του $\mathbf{v_C=q/C}$. Η ένταση $\mathbf{i}$ εκφράζει δηλαδή αλγεβρικά πάντα ***τον ρυθμό εκφόρτισης του πυκνωτή*** (που είναι βέβαια αντίθετος από τον ρυθμό μεταβολής του φορτίου του).

Με την επιλογή λοιπόν αυτή γίνεται μια «τακτοποίηση» στα πρόσημα της ισχύος του πυκνωτή και του πηνίου, έτσι ώστε ***κάθε ισχύς να παίρνει θετική τιμή όταν το αντίστοιχο στοιχείο λειτουργεί σαν πηγή και αρνητική όταν αυτό λειτουργεί σαν αποδέκτης***.

Οι εξισώσεις των στιγμιαίων τιμών στο LC είναι τώρα:

$x = A\cdot\eta\mu(\omega\cdot t + \varphi_o)$		$q = Q\cdot\eta\mu(\omega\cdot t + \varphi_o)$	
$\upsilon = \omega\cdot A\cdot\sigma\upsilon\nu(\omega\cdot t + \varphi_o)$		$i = -\,\omega\cdot Q\cdot\sigma\upsilon\nu(\omega\cdot t + \varphi_o)$	
$\alpha = -\,\omega^2\cdot A\cdot\eta\mu(\omega\cdot t + \varphi_o)$		$\frac{di}{dt} = \omega^2\cdot Q\eta\mu(\omega\cdot t + \varphi_o)$	
$F_{\varepsilon\lambda\alpha\tau.} + F_{\sigma\acute{\omega}\mu.} = 0$		$v_C + v_L = 0$	
$F_{\varepsilon\lambda\alpha\tau.} = -\,D\cdot x$	$F_{\sigma\acute{\omega}\mu.} = -\,m\cdot\alpha$	$v_C = {}^1/_C\cdot q$	$\varepsilon_{\alpha\upsilon\tau} = v_L = -\,L\cdot\frac{di}{dt}$
$F_{\varepsilon\lambda\alpha\tau.} = -\,D\cdot A\cdot\eta\mu(\omega\cdot t + \varphi_o)$		$v_C = {}^1/_C\cdot Q\eta\mu(\omega\cdot t + \varphi_o)$	
$F_{\sigma\acute{\omega}\mu.} = +\,D\cdot A\cdot\eta\mu(\omega\cdot t + \varphi_o)$		$v_L = -\,{}^1/_C\cdot Q\eta\mu(\omega\cdot t + \varphi_o)$	

Βλέπουμε ότι ***πάλι υπάρχει ασυμφωνία στα πρόσημα και μάλιστα σε περισσότερα μεγέθη*** από ότι πριν.

4. *Αν η εξίσωση του φορτίου του πυκνωτή είναι* $\boldsymbol{q=Q\cdot\sigma\upsilon\nu(\omega t)}$, *τότε η εξίσωση της έντασης του ρεύματος είναι* $\boldsymbol{i=-I\cdot\eta\mu(\omega t)}$ *ή είναι* $\boldsymbol{i=I\cdot\eta\mu(\omega t)}$*;*

Απάντηση:

Εξαρτάται από την επιλογή $\mathbf{i=dq/dt}$ ή $\mathbf{i=-dq/dt}$ που θα κάνουμε για το ρεύμα. Βλέπε προηγούμενη ερώτηση (***3***).

5. *Η ΗΕΔ από αυτεπαγωγή στο ιδανικό πηνίο είναι* $\boldsymbol{\varepsilon_{\alpha\upsilon\tau}=\upsilon_L}$ *ή είναι* $\boldsymbol{\varepsilon_{\alpha\upsilon\tau}=-\upsilon_L}$*;*

Απάντηση:

Το ερώτημα αυτό συζητήθηκε στην αρχή, στην ενότητα:

ΗΕΔ ΠΗΓΗΣ, ΣΧΕΣΗ ΤΗΣ ΜΕ ΤΗΝ ΤΑΣΗ ΣΤΑ ΑΚΡΑ ΤΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΥ,
ΗΕΔ ΑΠΟ ΑΥΤΕΠΑΓΩΓΗ

6. *Η ΗΕΔ από αυτεπαγωγή είναι τελικά* $\boldsymbol{\varepsilon_{\alpha\upsilon\tau}=-L\cdot di/dt}$ *ή είναι* $\boldsymbol{\varepsilon_{\alpha\upsilon\tau}=L\cdot di/dt}$*;*

Απάντηση:

Το ερώτημα αυτό συζητήθηκε επίσης στην αρχή, στην ίδια ενότητα:

ΗΕΔ ΠΗΓΗΣ, ΣΧΕΣΗ ΤΗΣ ΜΕ ΤΗΝ ΤΑΣΗ ΣΤΑ ΑΚΡΑ ΤΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΥ,
ΗΕΔ ΑΠΟ ΑΥΤΕΠΑΓΩΓΗ

7. *Όταν το πηνίο ή ο πυκνωτής λειτουργούν σαν πηγές, τότε η ηλεκτρική ισχύς τους,* $\boldsymbol{p_L}$ *ή* $\boldsymbol{p_C}$ *αντίστοιχα, είναι θετική ή αρνητική; Η ισχύς μιας πηγής δεν είναι θετική;*

Απάντηση:

Σχετική συζήτηση γι' αυτό έγινε στην αρχή στις ενότητες:

Ο 2^{ος} ΚΑΝΟΝΑΣ KIRCHHOFF ΣΕ ΕΝΑΝ ΑΠΛΟ ΒΡΟΧΟ και

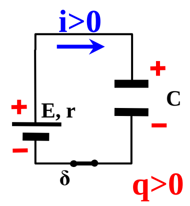
ΜΕ ΤΙ ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΕΠΙΛΕΓΟΥΜΕ ΤΑ ΠΡΟΣΗΜΑ ΣΤΟ LC;

αλλά και στην παρατήρηση *ΙΙΙ* της ερώτησης (***2***), καθώς και στην ερώτηση (***3***).

8. *Μήπως πρέπει τελικά να θεωρήσουμε την τάση και το φορτίο του πυκνωτή ετερόσημα, δηλαδή* $v_C = -{}^1/_C\cdot q$;

<u>Απάντηση</u>:

Την επιλογή αυτή την άφησα για το τέλος, διότι κατά τη δική μου εκτίμηση, έχει φυσικό νόημα και φαίνεται να δημιουργεί την πιο πλήρη αντιστοιχία με το μηχανικό σύστημα:



Αν στο κύκλωμα φόρτισης του πυκνωτή μέσω πηγής **E,r** εφαρμόσουμε τον 2^o κανόνα Kirchhoff κατά τη φορά του ρεύματος (που το θεωρούμε θετικό, $\mathbf{i>0}$), έχουμε: $\mathbf{v_{πηγής} + v_C = 0}$

Δηλαδή οι δύο τάσεις, είναι ετερόσημες αν θέλουμε να φαίνεται ο ενεργειακός ρόλος του κάθε στοιχείου, αφού ο πυκνωτής λειτουργεί σαν αποδέκτης ($\mathbf{v_C<0}$). Το φορτίο που αποκτά όμως είναι εξ ορισμού θετικό ($\mathbf{q>0}$, αυτό που μεταφέρεται κατά τη φόρτιση …). Έτσι ισχύει: $\mathbf{v_C = -{}^1/_C\cdot q}$

Το φυσικό νόημα του αρνητικού αυτού προσήμου είναι ότι ***ή τάση*** $\mathbf{v_C}$ ***αντιστέκεται στη μετακίνηση του φορτίου*** $\mathbf{q}$ ***απορροφώντας ενέργεια από το κύκλωμα κατά τη φόρτιση***. Η ενέργεια αυτή αποθηκεύεται με μορφή ενέργειας ηλεκτρικού πεδίου.

Η σχέση: $\boxed{\mathbf{v_C = -{}^1/_C\cdot q}}$ βρίσκεται σε πλήρη αναλογία με τον νόμο του Hooke στο ελατήριο: $\mathbf{F_{ελατ} = -k\cdot Δl}$ ή αλλιώς $\boxed{\mathbf{F_{ελατ} = -k\cdot x}}$

Η τάση του ελατηρίου αντιστέκεται στην παραμόρφωση x απορροφώντας ενέργεια από το χέρι μας όταν συμπιέζουμε το ελατήριο. Η ενέργεια αυτή αποθηκεύεται με μορφή δυναμικής ενέργειας.

Όταν ο πυκνωτής φορτιστεί πλήρως από την πηγή οι τελικές τιμές του φορτίου και της τάσης στα άκρα του θα είναι: $\boxed{\mathbf{q=+Q}}$ και $\boxed{\mathbf{V=-E}}$ ή αλλιώς $\boxed{\mathbf{v_C=-Q/C}}$

Αν λοιπόν ***στο κριτήριο του σχολικού*** που είδαμε στην ερώτηση (*2*) για την επιλογή των προσήμων ***προσθέσουμε και τη σχέση*** $\mathbf{v_C = -{}^1/_C\cdot q}$ τότε οι εξισώσεις των στιγμιαίων τιμών γίνονται:

$\mathbf{x = A\cdot ημ(ω\cdot t + φ_o)}$	$\mathbf{q = Q\cdot ημ(ω\cdot t + φ_o)}$
$\mathbf{υ = ω\cdot A\cdot συν(ω\cdot t + φ_o)}$	$\mathbf{i = ω\cdot Q\cdot συν(ω\cdot t + φ_o)}$
$\mathbf{α = -ω^2\cdot A\cdot ημ(ω\cdot t + φ_o)}$	$\mathbf{\frac{di}{dt} = -ω^2\cdot Q\, ημ(ω\cdot t + φ_o)}$
$\mathbf{F_{ελατ.} + F_{σώμ.} = 0}$	$\mathbf{v_C + v_L = 0}$
$\mathbf{F_{ελατ.} = -D\cdot x}$ $\mathbf{F_{σώμ.} = -m\cdot α}$	$\mathbf{v_C = -{}^1/_C\cdot q}$ $\mathbf{ε_{αυτ} = v_L = -L\cdot \frac{di}{dt}}$
$\mathbf{F_{ελατ.} = -D\cdot A\cdot ημ(ω\cdot t + φ_o)}$	$\mathbf{v_C = -{}^1/_C\cdot Q\, ημ(ω\cdot t + φ_o)}$
$\mathbf{F_{σώμ.} = +D\cdot A\cdot ημ(ω\cdot t + φ_o)}$	$\mathbf{v_L = +{}^1/_C\cdot Q\, ημ(ω\cdot t + φ_o)}$

Και αν θέσουμε **$\varphi_0=\pi/2$**, ώστε για **$t=0$** να έχουμε **$q=+Q$** (παράδειγμα σχολικού), οι γραφικές παραστάσεις των μεγεθών του LC τώρα είναι: