Τ Α Λ Α Ν Τ Ω Σ Ε Ι Σ

ΦΥΣΙΚΗ Γ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΙΟΥΛΙΟΣ 2009

.

Απαραίτητες γνώσεις Τριγωνομετρίας

Τριγωνομετρικοί αριθμοί

	0	π/6	π/4	π/3	π/2	π	3π/2
ημ	0	½	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1
συν	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	½	0	-1	0

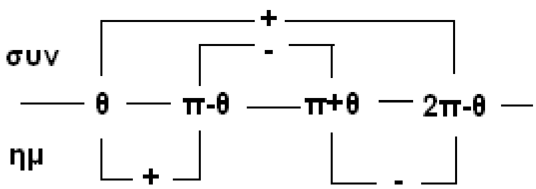
Λύση τριγωνομετρικών εξισώσεων στο διάστημα 0-2π

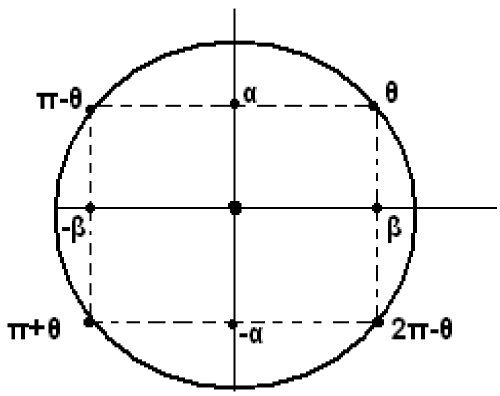
Αν ημx=α ⇔ $\begin{cases} x = \theta \\ \text{ή} \\ x = \pi - \theta \end{cases}$ Αν ημx=-α ⇔ $\begin{cases} x = \pi + \theta \\ \text{ή} \\ x = 2\pi - \theta \end{cases}$

Αν συνx=α ⇔ $\begin{cases} x = \theta \\ \text{ή} \\ x = 2\pi - \theta \end{cases}$ Αν συνx=-α ⇔ $\begin{cases} x = \pi - \theta \\ \text{ή} \\ x = \pi + \theta \end{cases}$

(όπου 0<θ<π/2 και ημθ = α ή συνθ=α)

Σχηματικά αν 0 < θ < π/2





Παράδειγμα

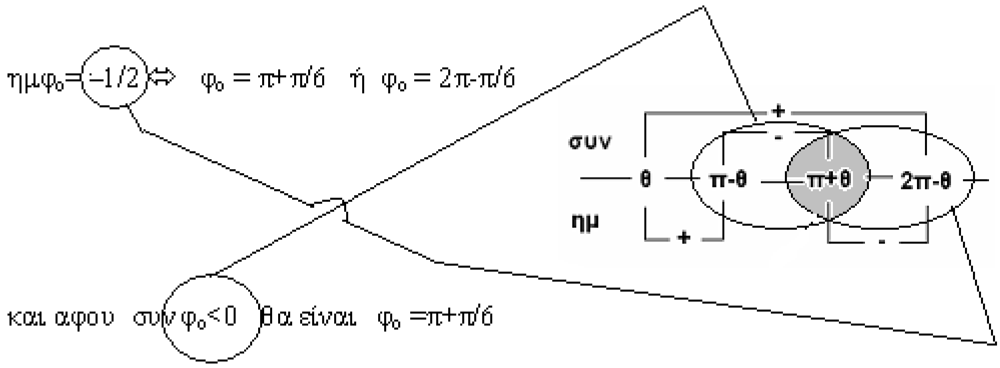
Να βρεθεί η γωνία φ_o ($0< \varphi_o < 2\pi$) αν $\eta\mu\varphi_o=-1/2$ και $\sigma\upsilon\nu\,\varphi_o<0$

Εχουμε

$\eta\mu\varphi_o=-1/2 \Leftrightarrow \varphi_o = \pi+\pi/6$ ή $\varphi_o = 2\pi-\pi/6$

και αφου $\sigma\upsilon\nu\,\varphi_o<0$ θα είναι $\varphi_o =\pi+\pi/6$

Τρόψος σκέψης



Για την λύση τριγωνομετρικών εξισώσεων στην γενικότερη περίπτωση προσθέτου με το 2κπ σε κάθε λύση όπου κ ακαίρεος

Δηλ Αν $\eta\mu x=-\alpha \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2\kappa\pi+(\pi+\theta) \\ \text{ή} \\ x = 2\kappa\pi+(2\pi-\theta) \end{cases}$ **(όπου $0<\theta<\pi/2$ και $\eta\mu\theta = \alpha$)**

$$\boxed{\eta\mu x=-\alpha \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pi+\theta \\ \text{ή} \\ x = 2\pi-\theta \end{cases}} \longrightarrow \boxed{\eta\mu x=-\alpha \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2\kappa\pi+(\pi+\theta) \\ \text{ή} \\ x = 2\kappa\pi+(2\pi-\theta) \end{cases}}$$

Παράδειγμα

$\eta\mu x= -\frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow x=2\kappa\pi+(\pi+\pi/3)$ ή $x=2\kappa\pi+(2\pi-\pi/3)$

<u>Χρήσιμες τριγωνομετρικές εξισώσεις</u>

ημx=0 ⇔ x=κπ , ημx=1 ⇔ x=2κπ+π/2, ημx=-1 ⇔ x=2κπ+3π/2

συνx=0 ⇔ x=κπ+π/2 , συνx=1 ⇔ x=2κπ, συνx=-1 ⇔ x=2κπ+π

<u>Άλλες χρησιμες σχέσεις</u>

συνθ = ημ(π/2+θ)
-ημθ = ημ(π+θ)

(μετασχηματισμός αθροίσματος σε γινόμενο)
ημα +ημβ =2συν $\frac{a-\beta}{2}$ **. ημ** $\frac{a+\beta}{2}$

<u>Τ Α Λ Α Ν Τ Ω Σ Ε Ι Σ</u>

<u>Περιοδικά φαινόμενα</u> ονομάζονται τα φαινόμενα που εξελίσσονται και επαναλαμβάνονται αναλλοίωτα σε σταθερά χρονικά διαστήματα

Κάθε περιοδικό φαινόμενο χαρακτηρίζεται από τρία μεγέθη

α) Την περίοδο **(Τ)**
[Ο χρόνος που απαιτείται για να ολοκληρωθεί το φαινόμενο]

β) Την συχνότητα **(f)**
[Ο αριθμός των επαναλήψεων στην μονάδα του χρόνου] και

γ) Την γωνιακή ταχύτητα **(ω)**
[Το μέγεθος αυτό είναι χωρίς κάποια ιδιαίτερη φυσική σημασία]

Αν σε χρόνο t το φαινόμενο επαναλαμβάνεται Ν φορές ισχύει :

$$T = \frac{t}{N} \quad \textbf{και} \quad f = \frac{N}{t}$$

Από τον ορισμό τους φαίνεται ότι τα μεγέθη περίοδος και συχνότητα συνδέονται με την σχέση

$$f = \frac{1}{T}$$

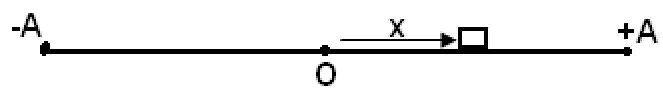
Για την γωνιακή ταχύτητα ω ισχύει η σχέση

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

Αν μια περιοδική κίνηση είναι παλινδρομική ονομάζεται ταλάντωση .
Αν η τροχιά της ταλάντωσης είναι ευθύγραμμη τότε θα **ονομάζεται γραμμική ταλάντωση**

<u>Απλή αρμονική ταλάντωση (Α.Α.Τ)</u> θα λέμε ότι κάνει ένα σώμα αν η **απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας είναι αρμονική συνάρτηση του χρόνου**

<u>Θέση ισορροπίας</u> είναι η θέση όπου η συνισταμένη δύναμη που δέχεται το σώμα είναι μηδέν και βρίσκεται στο μέσο της τροχιάς της ταλάντωσης



Η εξίσωση της απομάκρυνσης σώματος που εκτελεί Α.Α.Τ δίνεται από την σχέση

x = A.ημωt

Όπου **x** = η απομάκρυνση από την θέση ισορροπίας

Α = το πλάτος της ταλάντωσης
ω = η κυκλική συχνότητα

Η εξίσωση της ταχύτητας σώματος που εκτελεί Α.Α.Τ δίνεται από την σχέση

$$\boldsymbol{\upsilon = \upsilon_{max}.\sigma\upsilon\nu\omega t \quad \text{όπου} \quad \upsilon_{max} = \omega.A}$$

U_{max} = το πλάτος της ταχύτητας

Αφού μεταβάλλεται η ταχύτητα το σώμα θα έχει επιτάχυνση η οποία δίνεται από την σχέση

$$\boldsymbol{\alpha = -\alpha_{max}.\eta\mu\omega t \quad \text{με} \quad \alpha_{max} = \omega^2.A}$$

Οι παραπάνω σχέσεις μπορούν να γραφούν

$x = A.\eta\mu\omega t$
$\upsilon = \upsilon_{max}.\eta\mu(\omega t + \pi/2)$ [- ημθ = ημ(π+θ) , συνθ = ημ(π/2+θ)]
$\alpha = \alpha_{max}.\eta\mu(\omega t + \pi)$

Δηλαδή η ταχύτητα προηγείται της απομάκρυνσης κατά π/2 και η επιτάχυνση της ταχύτητας κατά π/2 και της απομάκρυνσης κατά π

Οι παραπάνω σχέσεις για t=0 μου δίνουν ότι x=0 και $u=+u_{max}$
Δηλαδή την χρονική στιγμή μηδέν το σώμα βρίσκεται στην ΘΙ με θετική ταχύτητα Αν όμως δεν συμβαίνει αυτό θα λέμε ότι **έχουμε αρχική φάση**
ϕ_o $0 \leq \phi_o < 2\pi$
(Αν έχουμε αρχική φάση οι σχέσεις είναι οι ίδιες απλώς θα προσθέτουμε και την φ_o)

Γενικά ισχύουν οι σχέσεις

$x = A.\eta\mu(\omega t + \phi_o)$		**$x = A.\ \eta\mu(\omega t + \phi_o)$**
$\upsilon = \upsilon_{max}.\sigma\upsilon\nu(\omega t + \phi_o)$	***ή***	**$\upsilon = \upsilon_{max}\ \eta\mu(\omega t + \phi_o + \pi/2)$ με $0 \leq \phi_o < 2\pi$**
$\alpha = -\alpha_{max}.\eta\mu(\omega t + \phi_o)$		**$\alpha = \alpha_{max}.\eta\mu(\omega t + \phi_o + \pi)$**

Σχέση επιτάχυνσης –απομάκρυνσης στην ΑΑΤ

Στην περίπτωση της Α.Α.Τ το σώμα επιταχύνεται με

α=- α_{max} .ημωt με **α_{max} =ω^2.Α ή α= - ω^2.Α.ημωt** είναι όμως
x = A.ημωt άρα

$$\alpha = -\omega^2 . x$$

(Το πρόσημο (-) δείχνει ότι τα διανύσματα α και x έχουν αντίθετες φορές)

Κάθε σώμα που επιταχύνεται δέχεται συνισταμένη δύναμη ΣF **που δίνεται από την σχέση** ΣF = m.α
Συνεπώς η συνισταμένη **δύναμη ΣF** που δέχεται το σώμα που κάνει Α.Α.Τ θα είναι

ΣF=m.α ⇔ ΣF = - m.ω^2.x Αν θέσουμε D = m.ω^2 τότε θα είναι

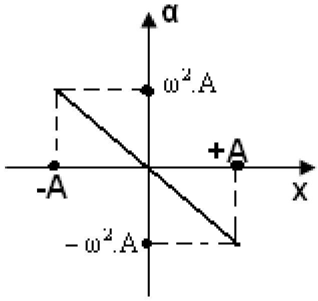
$$\Sigma F = - D . x$$

Την δύναμη ΣF την ονομάζουμε **δύναμη επαναφοράς** μια και η φορά της είναι πάντα προς την θέση ισορροπίας και την σταθερά **D σταθερά επαναφοράς**

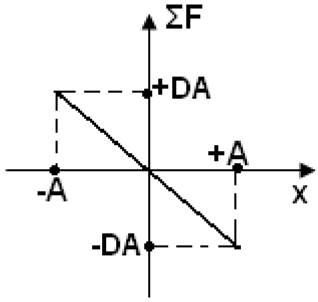
Από την σχέση D = m.ω^2 ⇔ $\omega = \sqrt{\frac{D}{m}}$ ⇔ $\frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{D}{m}}$ ⇔ $\boxed{T = 2\pi . \sqrt{\frac{m}{D}}}$

***Δύναμη και επιτάχυνση συναρτήσει του* x**

$\alpha = -\omega^2 . x$



F = - D.x



Η κλίση των παραπάνω ευθειών μας δίνει το ω^2 και το D

Ε ν έ ρ γ ε ι ε ς   σ τ η ν   Α. Α .Τ

Κινητική ενέργεια
$K = ½\ m.υ^2 = ½\ m.υ_{max}^2\ συν^2ωt$

Δυναμική ενέργεια
$U = ½\ D.x^2 = ½\ D.A^2\ ημ^2ωt$

Όπου $½\ D.A^2$ και $½\ m.υ_{max}^2$ οι μέγιστες τιμές της Δυναμικής και κινητικής ενέργειας

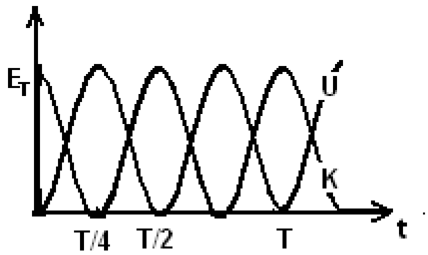
Εύκολα μπορούμε να αποδείξουμε ότι $½\ D.A^2 = ½\ m.υ_{max}^2$

Πράγματι $½\ D.A^2 = ½\ m.ω^2\ A^2$
$= ½\ m.(ω\ A)^2$
$= ½\ m.Umax^2 = E_τ$ [***Ολική ενέργεια της ταλάντωσης***]

Επομένως μπορούμε να γράψουμε
$K = E_τ\ συν^2ωt$ και $U = E_τ\ ημ^2ωt$

Σε κάθε θέση του ταλαντούμενου σώματος η μηχανική ενέργεια του συστήματος θα είναι
$E = K + U = E_τ\ συν^2ωt + E_τ\ ημ^2ω = E_τ\ (συν^2ωt + ημ^2ωt) = E_τ$

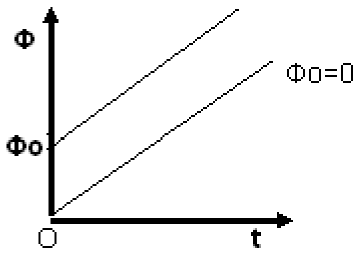
Για την παραπάνω περίπτωση οι γραφικές παραστάσεις των K , U σε συνάρτηση με τον χρόνο είναι



Η περίοδος μεταβολής των ενεργειών K , U είναι T/2 όπου T η περίοδος της ταλάντωσης

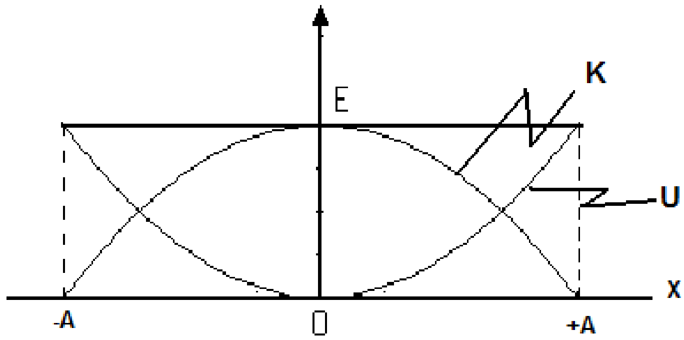
Χρήσιμες Γραφικές Παραστάσεις

Φάση **$\Phi = \omega t + \phi_o$** *Η κλίση των παρακάτω ευθειών δίνει το ω*



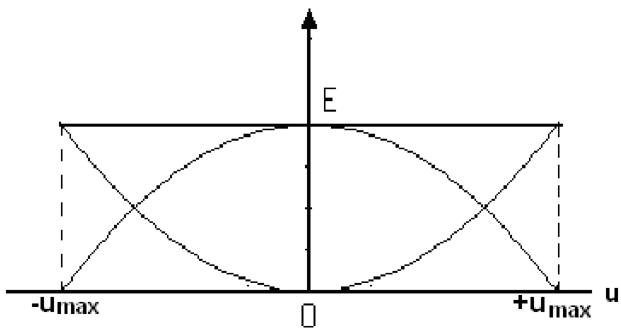
Κινητική , Δυναμική και ολική ενέργεια συναρτήσει της απομάκρυνσης x

$E = \frac{1}{2} D.A^2 = \frac{1}{2} m.Umax^2$
$U = \frac{1}{2} D.x^2$
$K = \frac{1}{2} m.\upsilon^2 = E - \frac{1}{2} D.x^2$



Κινητική ,Δυναμική και ολική ενέργεια συναρτήσει της ταχύτητας U

$E = \frac{1}{2} D.A^2 = \frac{1}{2} m.\upsilon_{max}^2$
$K = \frac{1}{2} m.\upsilon^2$
$U = \frac{1}{2} D.x^2 = E - \frac{1}{2} m.\upsilon^2$



Άλλες παρατηρήσεις

Το πλάτος της ταλάντωσης αν δεν δίνεται άμεσα συνήθως υπολογίζεται από την διατήρηση της ενέργειας στην ταλάντωση
Δηλαδή αν γνωρίζουμε την ταχύτητα και την απομάκρυνση κάποια χρονική στιγμή έχουμε

$\frac{1}{2} D.x^2 + \frac{1}{2} m.\upsilon^2 = \frac{1}{2} D.A^2 \Leftrightarrow \boxed{\omega^2 x^2 + \upsilon^2 = \omega^2.A^2 \ \ (1)}$

Αν δίνεται η ταχύτητα και η απομάκρυνση σε δύο τυχαίες θέσεις τότε από την διατήρηση της ενέργειας έχουμε

$\frac{1}{2} D.x_1^2 + \frac{1}{2} m.\upsilon_1^2 = \frac{1}{2} D.x_2^2 + \frac{1}{2} m.\upsilon_2^2$

Από όπου τελικά προκύπτει

$\omega^2 x_1^2 + \upsilon_1^2 = \omega^2 x_2^2 + \upsilon_2^2 \ \ (2)$

Δηλαδή αν γνωρίζουμε τα x_1, υ_1 και x_2, υ_2 μπορούμε να υπολογίσουμε το ω και στη συνέχεια το Α

(Πολλές φορές αντί για την απομάκρυνση x δίνουν την επιτάχυνση α σε αυτή την περίπτωση θα αντικαθιστούμε το x από την σχέση $\alpha = -\omega^2 x$)

$\alpha = -\omega^2 x \Leftrightarrow \alpha^2 = \omega^4 x^2 \Leftrightarrow x^2 = \frac{a^2}{\omega^4}$

οπότε η (1) γράφετε

$\omega^2 x^2 + \upsilon^2 = \omega^2.A^2 \Leftrightarrow \omega^2 \frac{a^2}{\omega^4} + \upsilon^2 = \omega^2.A^2 \Leftrightarrow$

$\frac{a^2}{\omega^2} + \upsilon^2 = \upsilon^2_{max} \Leftrightarrow \alpha^2 + \omega^2 \upsilon^2 = \omega^2.\upsilon^2_{max}$

Με αντίστοιχο τρόπο η (2) μπορει να γρεαφεί

$\omega^2 U_1^2 + \alpha_1^2 = \omega^2 U_2^2 + \alpha_2^2$

<u>Υπολογισμός της αρχικής φάσης φο</u>

<u>Η αρχική φάση φ_o παίρνει τιμές από 0 έως 2π</u>
και υπολογίζεται αν υπολογίσουμε κάποιο από τους τριγωνομετρικούς αριθμούς **ημ** ϕ_o **ή συν** ϕ_o και γνωρίζουμε το πρόσημο του άλλου

<u>Π.χ Σώμα εκτελεί Α,Α.Τ αν για t=0 το σώμα βρίσκεται στη θέση -Α/2 με θετική ταχύτητα να υπολογίσετε το ϕ_o</u>

Λύση Η εξίσωση της απομάκρυνσης σώματος δίνεται από την σχέση
$x = A.\eta\mu(\omega t + \phi_o)$

Για t=0 έχουμε $-A/2 = A.\eta\mu\,\phi_o \Leftrightarrow \eta\mu\,\phi_o = -1/2$

Και αφού $0 \le \phi_o < 2\pi$ θα είναι $\phi_o = 7\pi/6$ ή $\phi_o = 11\pi/6$

Γνωρίζουμε όμως ότι **για t=0 είναι U>0** άρα θα είναι συν $\phi_o > 0$ επομένως δεχόμαστε την τιμή ϕ_o **=11π/6**

Λύστε μόνοι σας το παρακάτω πρόβλημα

Υλικό σημείο εκτελεί Α.Α.Τ με πλάτος Α. Αν την χρονική στιγμή t=0 η απομάκρυνση του σημείου είναι

$$\chi := \frac{-\sqrt{3}}{2}$$

και η ταχύτητα του είναι θετική να βρεθεί η αρχική φάση ϕ_o
[Απ : $\phi_o = 5\pi/3$]

Η θέση του κινητού κάποια χρονική στιγμή μπορεί να δίνεται έμμεσα δίνοντας μας για παράδειγμα σχέση μεταξύ κινητικής και δυναμικής ενέργειας σε αυτή την περίπτωση θα βάζουμε
$K = E - U = ½ D.A^2 - ½ D.x^2$

<u>Παράδειγμα Να βρεθεί σε ποια θέση x είναι K = 3.U</u>

<u>Λύση</u> $K = 3.U \Leftrightarrow E - U = 3U \Leftrightarrow E = 4U \Leftrightarrow$
$½ D.A^2 = 4 ½ D.x^2$
$A^2 = 4.x^2$ ή $x = \pm A/2$

Σ ώ μ α τ α   π ο υ   κ ά ν ο υ ν   Α.Α.Τ

Για να αποδείξουμε ότι ένα σώμα κάνει Α.Α.Τ ακολουθούμε την παρακάτω διαδικασία

1. **Εντοπίζουμε την θέση ισορροπίας δηλαδή την θέση όπου η συνισταμένη δύναμη που δέχεται το σώμα είναι μηδέν**
2. **Θεωρούμε ότι το σώμα μετατοπίζεται από την θέση ισορροπίας κατά x πάνω στην διεύθυνση που μπορεί να κινηθεί και δείχνουμε ότι στην νέα θέση ισχύει ΣF = - D.x**

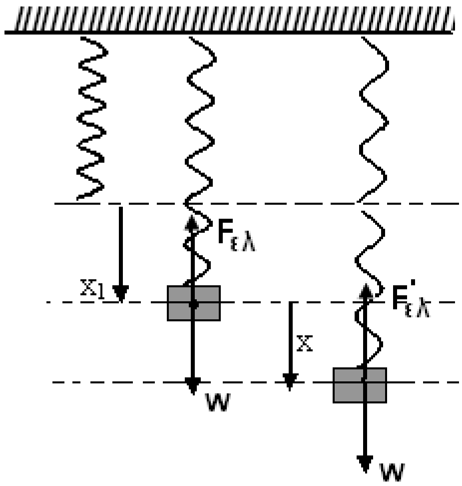
Παραδείγματα

- ***Κατακόρυφο ελατήριο***

Το σύστημα ελατήριο μάζα ισορροπεί στη θέση Ο όπου **ΣF = 0**
Στη θέση Ο το ελατήριο είναι παραμορφωμένο κατά X_1 έτσι ώστε

$w + F_{ελ} = 0 \Leftrightarrow w - K.x_1 = 0$ (1) (όπου x_1 η αρχική παραμόρφωση του ελατηρίου)

Μετατοπίζουμε το σώμα κατά x από την θέση ισορροπίας όπως στο σχήμα

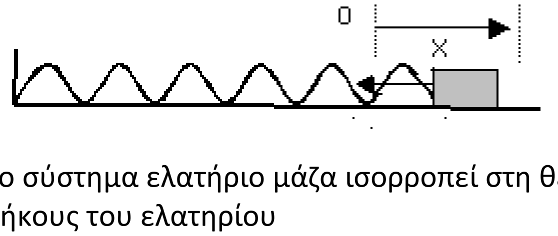


Στη νέα θέση η συνισταμένη δύναμη που θα δέχεται το σώμα είναι

$ΣF = w + F_{ελ}' = w - K(x_1 + x)$ και λόγο της (1) θα είναι
$ΣF = -Kx$ άρα το σώμα θα κάνει Α.Α.Τ με **D=K**

<u>Αν το σύστημα ελατήριο σώμα βρίσκεται σε κεκλιμένο επίπεδο δουλεύουμε με τον ίδιο ακριβώς τρόπο μόνο που αντί για w βάζουμε $w_χ$ όπου $w_χ$ η συνιστώσα του βάρους στη διεύθυνση του κεκλιμένου επιπέδου</u>

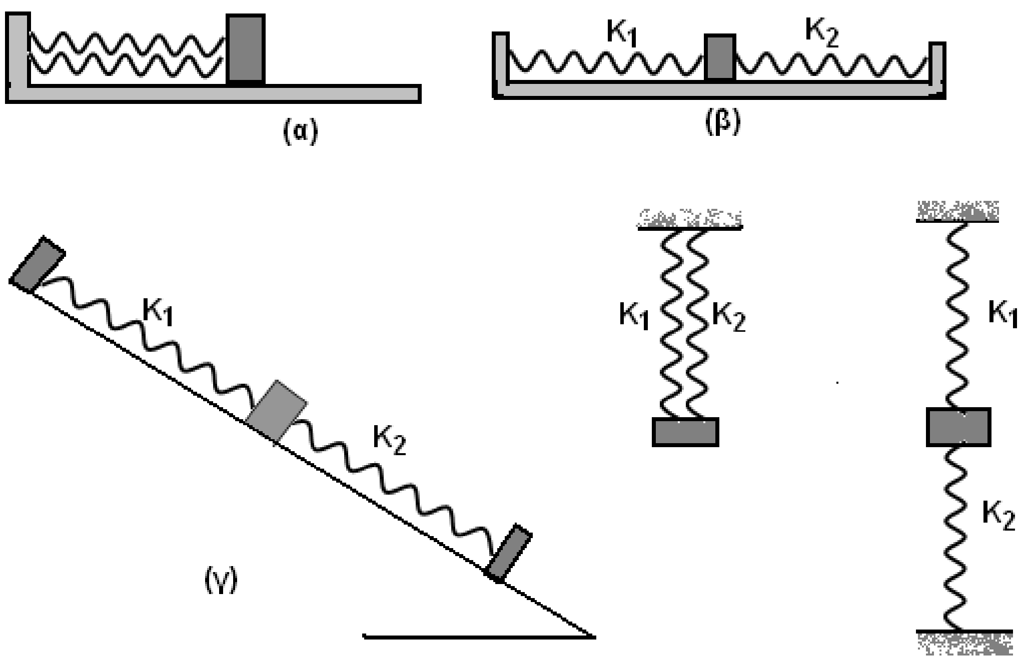
- ***Οριζόντιο ελατήριο***



Το σύστημα ελατήριο μάζα ισορροπεί στη θέση Ο που είναι και η θέση του φυσικού μήκους του ελατηρίου
Μετατοπίζουμε το σώμα κατά **x** από την θέση ισορροπίας στην νέα θέση η συνισταμένη δύναμη που θα δέχεται το σώμα είναι

ΣF = $F_{ελ}$ = - K.x
άρα το σώμα θα κάνει Α.Α.Τ με **D=K**

<u>Ελατήρια παράλληλα</u>



Όλα τα παραπάνω συστήματα μπορούν να κάνουν Α.Α.Τ με
D= K_1 + K_2
Η απόδειξη είναι η ίδια σε όλες τις περιπτώσεις

<u>Συνοπτικά</u>
Στη θέση ισορροπίας ισχύει

$$\Sigma\vec{F} = 0 \Leftrightarrow \vec{w} - K_1\vec{x}_1 - K_2\vec{x}_2 = 0 \quad (1)$$

(όπου $\vec{x}_1$, $\vec{x}_2$ οι αρχικές παραμορφώσεις των ελατηρίων)

Μετατοπίζουμε κατά $\vec{x}$
Στη νέα θέση έχουμε

$\Sigma\vec{F} = \vec{w} - K_1(\vec{x}_1 + \vec{x}) - K_2(\vec{x}_2 + \vec{x})$ και λόγο της (1) θα είναι
Σ$\vec{F}$ **= - (K_1 + K_2)** $\vec{x}$

Συνεπώς το σύστημα θα κάνει Α.Α.Τ με D= K_1 + K_2

<u>(Στις περιπτώσεις (α) και (β) δεν θα βάλουμε το βάρος στην περίπτωση (γ) θα βάλουμε την συνιστώσα του βάρους στο κεκλιμένο επίπεδο $w_χ$)</u>

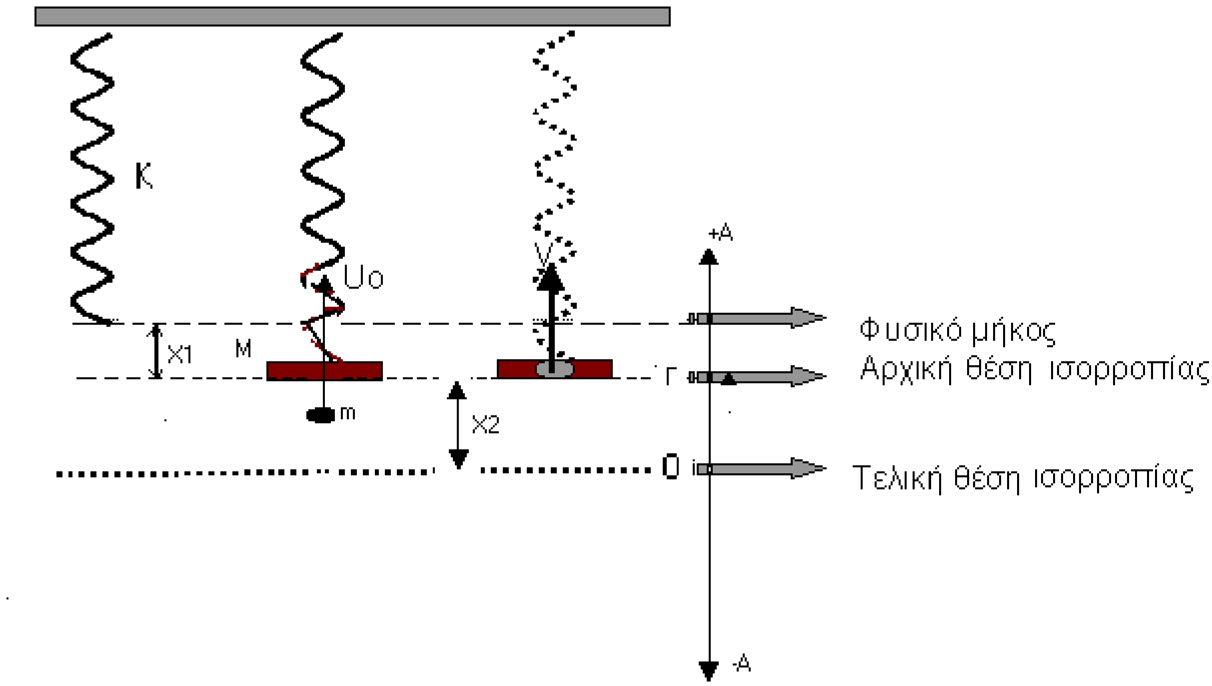
Αν σε σύστημα που μπορεί να κάνει Α.Α.Τ του δώσω με κάποιο τρόπο ενέργεια τότε θα αρχίσει να εκτελεί ταλαντώσεις με πλάτος Α τέτοιο ώστε $E = ½ D.A^2$

Ένας τρόπος που θα μπορούσε να πάρει ενέργεια ένα σώμα είναι μετά από μια κρούση με κάποιο άλλο ή αν ασκήσουμε σε αυτό μια ώθηση

Κρούσεις και ταλάντωση

Παράδειγμα *Σώμα μάζας m κινείται με ταχύτητα Uo και συγκρούεται πλαστικά με σώμα μάζας Μ που κρέμεται σε ελατήριο σταθεράς Κ όπως το σχήμα*
α) Να υπολογιστεί το πλάτος της ταλάντωσης του συσσωματώματος
β) Να γραφεί η εξίσωση της απομάκρυνσης με το χρόνο αν σαν χρονική στιγμή μηδέν θεωρήσουμε την στιγμή της κρούσης
Δίνονται m, M, K. Uo , g

Λύση Αρχικά υπολογίζουμε την ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση



Από το θεώρημα διατήρησης της ορμής στην πλαστική κρούση έχουμε

$$P_{αρχ} = P_{τελ} \Leftrightarrow m υ_o = (M+m).V \Leftrightarrow V=m.\ υ_o /(m+M) \quad (1)$$

Αμέσως μετά την κρούση το συσσωμάτωμα θα κάνει Α.Α.Τ με D=K

(Το ποιο πιθανό είναι να ζητηθεί αυτή η απόδειξη οπότε θα την κάνετε αρχικά ανεξάρτητα από τα δεδομένα του προβλήματος)

Η θέση ισορροπίας της ταλάντωσης θα είναι η θέση Ο που βρίσκεται ποιο κάτω από την θέση ισορροπίας Γ της μάζας Μ

Έστω x_2 η απόσταση της θέσης ισορροπίας της ταλάντωσης από την θέση Γ

Αν x_1 η αρχική παραμόρφωση του ελατηρίου θα έχουμε

$K. x_1 = M.g$ (2)

Για την θέση ισορροπίας Ο ισχύει

$K.(x_1+ x_2) = (M+m).g$ (3) **Από τις (2) , (3) έχουμε**

$x_2 = m.g/K$ (4)

Συνεπώς στην θέση Γ γνωρίζουμε την ταχύτητα και την απομάκρυνση του συσσωματώματος από την θέση ισορροπίας .Επομένως από την διατήρηση της ενέργειας στην ταλάντωση θα έχουμε

$\frac{1}{2} D.x_2^2 + \frac{1}{2} (m+M).V^2 = \frac{1}{2} D.A^2$ (5)
όπου D=K

Η (5) με την βοήθεια των (1) και (4) μας δίνει το πλάτος της ταλάντωσης Α

Η εξίσωση της ταλάντωσης θα είναι της μορφής **$x=A.\eta\mu\ (\omega.t + \theta)$**

(Η γωνία ϑ θα μπορούσε να υπολογιστεί και από την παρατήρηση ότι την χρονική στιγμή μηδέν είναι $x=x_2$ και $\upsilon>0$)

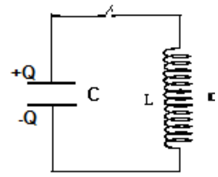
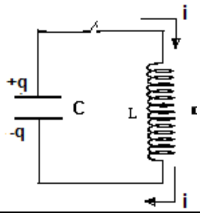
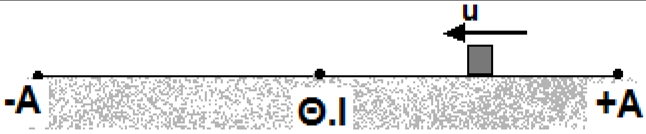
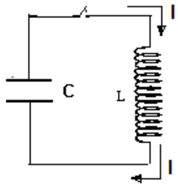
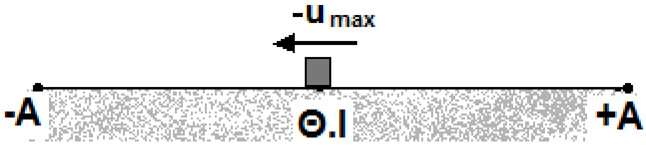
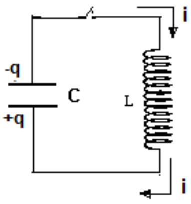
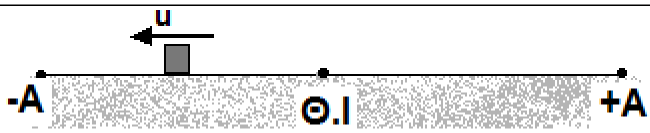
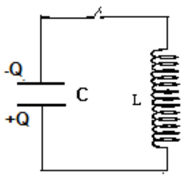
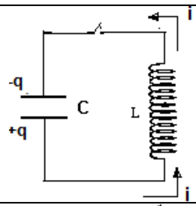
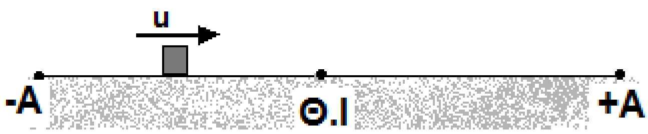
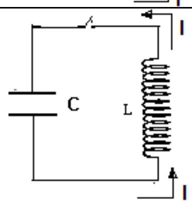
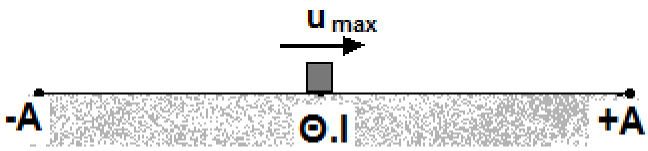
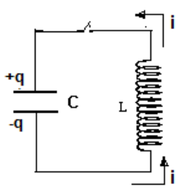
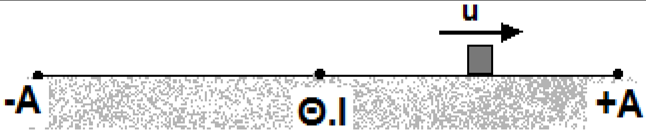
Παρατήρηση

Η Θ.Ι της ταλάντωσης θα αλλάζει όταν στη διευθυνση της ταλάντωσης προστεθεί ή αφαιρεθεί κάποια δύναμη , και η αλαγή της Θ.Ι θα ισούται με $\frac{F}{D}$ όπου F ηδύναμη που προστέθηκε ή αφαιρέθηκε και D η σταθερά της ταλάντωσης

ΗΛΕΚΤΡΙΚΕΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

Αντιστοίχιση συστήματος ελατηρίου – μάζας με σύστημα πηνίου – πυκνωτή

Σύστημα Ελατήριο – Μάζα	**Κύκλωμα Πηνίου – Πυκνωτή**
Απομάκρυνση **x**	Φορτίο Πυκνωτή **q**
Ταχύτητα **u = Δx/Δt**	Ένταση Ηλεκτρικού. Ρεύματος **i = Δq/Δt**
Δυναμική ενέργεια ελατηρίου **$U = ½\ K.x^2$**	Ενέργεια ηλεκτρικού πεδίου πυκνωτή **$U_E = ½\ q^2/C$**
Κινητική ενέργεια **$K = ½\ m.u^2$**	Ενέργεια μαγνητικού πεδίου σωληνοειδούς **$U_B = ½\ L.i^2$**
Σταθερά ελατηρίου **K**	$^{1}/_{C}$ όπου **C** η χωρητικότητα του πυκνωτή
Μάζα σώματος **m**	Συντελεστής αυτεπαγωγής **L**
Περίοδος $T = 2\pi.\sqrt{\frac{m}{K}}$	**Περίοδος** $T = 2\pi.\sqrt{L.C}$
$\omega = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{K}{m}}$	$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{1}{\sqrt{L.C}}$
$u_{max} = \omega.A$	**$I = \omega.Q$** $I = i_{max}$ και $Q = q_{max}$
Αν για t=0 είναι x=A τότε x=A.ημ(ω t+π/2) και **$u = u_{max}$συν**(ω t+π/2)	Αν για t=0 είναι **q** = **Q** τότε **q** = **Q**.ημ(ω t+π/2) και **i = I συν**(ω t+π/2) ή $\boxed{q = Q\text{συν}\ \omega t \text{ και } i = -I\ \text{ημ}\omega t}$
Αν για t=0 είναι x=0 και **u>0** τότε x=A.ημω t και **$u = u_{max}$συν**ω t	Αν για t=0 είναι **q** = **0 και θεωρήσουμε i>0** τότε **q** = **Q**.ημω t και **i = I συν**ω t

Χρ. Στ t	***ΚΥΚΛΩΜΑ L-C***	***ΕΛΑΤΗΡΙΟ- ΜΑΖΑ***
0		
t_1 $(0<t_1<T/4)$		
T/4		
t_2 $(0<t_2<T/2)$		
T/2		
t_3 $(0<t_3<3T/4)$		
3T/4		
t_4 $(0<t_4<T)$		

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

Το ρεύμα σε κύκλωμα LC έχει θετική τιμή ,όταν έχει φορά προς τον οπλισμό που την χρονική στιγμή μηδέν είχε θετικό φορτίο

Σε κύκλωμα LC κάθε στιγμή είναι $V_L+V_C = 0 \Leftrightarrow V_L=-V_C = -q/C$

Η τάση στα άκρα του πυκνωτή είναι κάθε στιγμή $V_C = q/C$

Ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος αντιστοιχεί στην επιτάχυνση του σώματος που κάνει ΑΑΤ
Δηλαδή κάθε στιγμή θα είναι $di/dt = -\omega^2.q$

Διατήρηση Ενέργειας

Σε μια ηλεκτρική ταλάντωση Η ενέργεια είναι ιση με

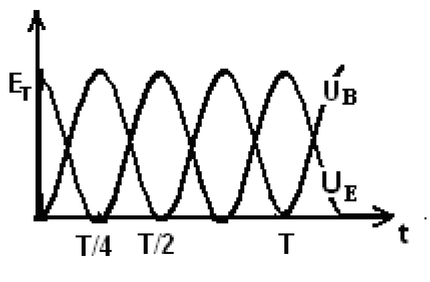
$E_T = ½\ Q^2/C = 1/2LI^2 = 1/2CV_{cmax}^2$

Σε κάθε χρονική στιγμή είναι $U_E + U_B = E_T \Leftrightarrow$

$½\ q^2/C + ½\ L.i^2 = ½\ Q^2/C = ½\ L.\ I^2 \Leftrightarrow$

$q^2/LC + i^2 = Q^2/LC = I^2 \Leftrightarrow \omega^2.q^2 + i^2 = \omega^2.Q^2 = I^2$

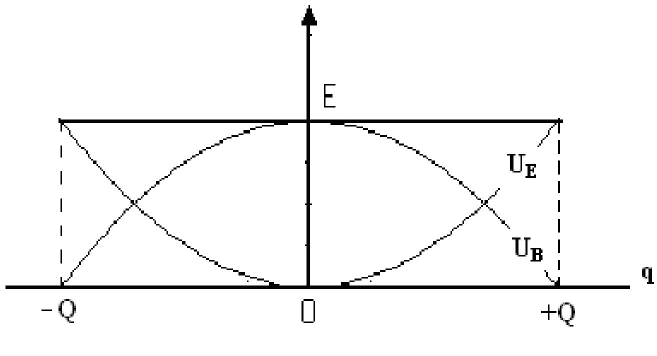
Αν για t=0 είναι **q** = **Q** τότε οι γραφικές παραστάσεις των U_E ,U_B με τον χρόνο φαίνονται στο παρακάτω διάγραμμα



Η περίοδος μεταβολής των ενεργειών U_E ,U_B είναι T/2 όπου T η περίοδος της ταλάντωσης

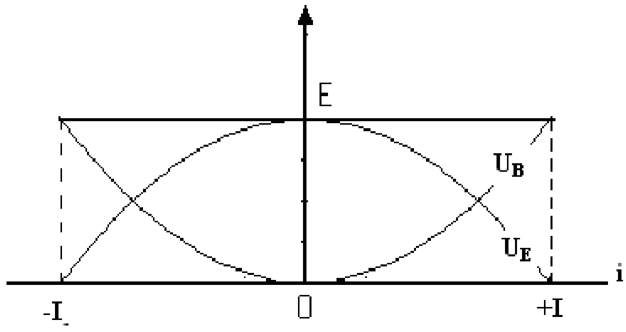
Ενέργεια ηλεκτρικού πεδίου , Ενέργεια μαγνητικού πεδίου και ολική ενέργεια συναρτήσει του φορτίου q

$E_T = ½\ Q^2/C = 1/2LI^2$
$U_E = ½\ q^2/C$
$U_B = E_T - ½\ q^2/C$



Ενέργεια ηλεκτρικού πεδίου , Ενέργεια μαγνητικού πεδίου και ολική ενέργεια συναρτήσει της έντασης του ρεύματος i

$E_T = ½ Q^2/C = 1/2LI^2$
$U_B = ½ Li^2$
$U_E = E_T - ½ Li^2$



<u>ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΚΥΚΛΩΜΑΤΑ LC</u>

1. Σε κύκλωμα LC ,που εκτελεί αμείωτες ηλεκτρικές ταλαντώσεις ,ο πυκνωτής έχει χωρητικότητα C=2μF και το πηνίο αυτεπαγωγή L=0,8mH Αν το μέγιστο ρεύμα είναι I=6 mA να υπολογιστεί η μέγιστη τιμή της τάσης στα άκρα του πυκνωτή
[Απ 0,12V]

2. Σε κύκλωμα LC ,που εκτελεί αμείωτες ηλεκτρικές ταλαντώσεις το μέγιστο ρεύμα είναι I=0,2 A . Αν αυξήσουμε την απόσταση των οπλισμών του πυκνωτή το μέγιστο ρεύμα γίνεται I_1= 1 A . Να υπολογιστεί το έργο που δαπανήθηκε για την αύξηση της απόστασης των οπλισμών. Δίνεται L=2mH
[Απ W = 96.10^{-5}j]

3. Το Κύκλωμα των ηλεκτρικών ταλαντώσεων ενός ραδιόφωνου αποτελείται από πηνίο με συντελεστή αυτεπαγωγής L = $2,5.10^{-5}$H
και ένα πυκνωτή μεταβλητής χωρητικότητας . Ποια τιμή πρέπει να πάρει η χωρητικότητα του πυκνωτή για να πιάνει το ραδιόφωνο σταθμό που εκπέμπει στα 100 MHz . Δίνεται $π^2$ =10
[Απ Cx = 0,1 pF]

4. Πυκνωτής χωρητικότητας C=1μF είναι φορτισμένος με τάση V=60V . Στους πόλους του πυκνωτή συνδέουμε πηνίο με συντελεστή αυτεπαγωγής L=0,01H .Να υπολογιστεί η μέγιστη ένταση του ρεύματος στο κύκλωμα όταν αυτό εκτελεί αμείωτες ταλαντώσεις
[Απ I = 0,6 A]

5. Σε κύκλωμα LC την χρονική στιγμή t = 0 ο πυκνωτής έχει μέγιστο φορτίο Q = 20 μC . Όταν το φορτίο του πυκνωτή γίνει q = 16 μC η ένταση του ρεύματος γίνεται i = 4mA . Να υπολογιστεί η περίοδος των ταλαντώσεων του κυκλώματος
[Απ T = 6π ms]

6. Ο πυκνωτής σε κύκλωμα LC φορτίζεται με φορτίο Q από πηγή συνεχούς τάσης και στη συνέχεια αποσυνδέεται από αυτή . Να βρεθεί το φορτίο του πυκνωτή την στιγμή

που η ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου γίνεται ίση με την ενέργεια του μαγνητικού πεδίου
[Απ $q = {}^{\sqrt{2}}/_{2}\, Q$]

7. Σε κύκλωμα LC που εκτελεί αμείωτες ηλεκτρικές ταλαντώσεις ,το μέγιστο φορτίο του πυκνωτή είναι Q και η κυκλική ιδιοσυχνότητα των ταλαντώσεων είναι ω_o . Να δειχθεί ότι σε κάθε χρονική στιγμή η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα και το φορτίο q του πυκνωτή συνδέονται με την σχέση
$i^2 = \omega_o^2(Q^2 - q^2)$

8. Σε ένα κύκλωμα LC να βρεθεί ο λόγος U_B/U_E μετά από χρόνο T/6 από την στιγμή που η τάση του πυκνωτή είναι μέγιστη
[Απ 3]

9. Κύκλωμα LC εκτελεί ηλεκτρική ταλάντωση . Αν θεωρήσουμε σαν χρονική στιγμή μηδέν την στιγμή που αρχίζει η εκφόρτιση του πυκνωτή . Να βρεθεί η χρονική στιγμή που η τάση στα άκρα του πυκνωτή γίνεται για πρώτη φορά ση με το μισό της μέγιστης τιμής της
[Απ $\pi/3 . \sqrt{LC}$]

10. Σε ένα κύκλωμα LC ο πυκνωτής φορτίζεται αρχικά με φορτίο Q και το κύκλωμα εκτελεί ταλαντώσεις . Να βρεθεί η ενέργεια του μαγνητικού πεδίου μετά από χρόνο t = T/6 από την έναρξη των ταλαντώσεων
(Δίνονται τα Q, C)
[Απ $3Q^2/8C$]

11. Σε ένα κύκλωμα LC ο πυκνωτής έχει χωρητικότητα C και η μέγιστη τάση στους οπλισμούς του είναι V . Αν κάποια στιγμή η ένταση του ρεύματος είναι i και η τάση στους οπλισμούς του είναι V_1. Να δειχθεί ότι ισχύει η σχέση
$\mathbf{T^2.i^2 = (2\pi C)^2.(V^2 - V_1^2)}$ όπου T η περίοδος των ταλαντώσεων

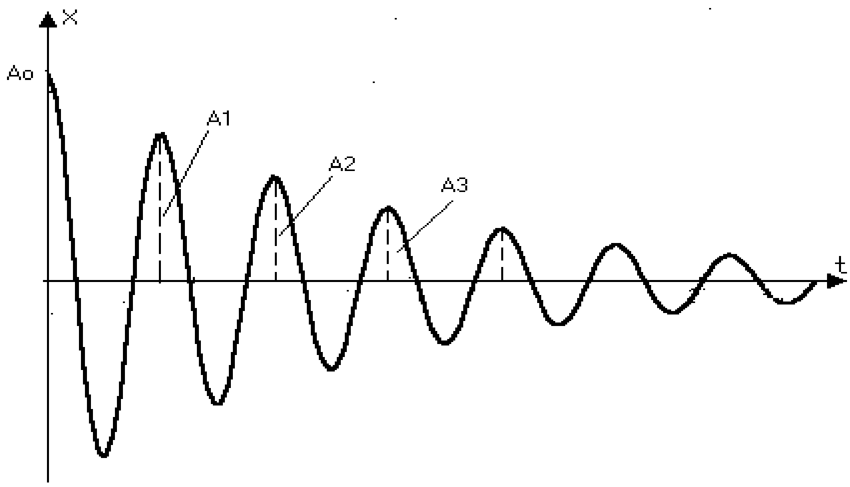
12 . Σε κύκλωμα LC ,που εκτελεί αμείωτες ηλεκτρικές ταλαντώσεις ,ο πυκνωτής έχει χωρητικότητα C= 40 μF και το πηνίο αυτεπαγωγή L=16mH . Κάποια στιγμή το φορτίο του πυκνωτή είναι q = 2 μC και η ένταση του ρεύματος στο κύκλωμα i =2,5√3 mA .Να υπολογιστούν α) Η γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης του συστήματος β) Η μέγιστη ένταση του ρεύματος γ) το μέγιστο φορτίο στον πυκνωτή και δ) Η μέγιστη ενέργεια στον πυκνωτή
[Απ ω=1250 rad/s, I=5mA , Q=4μC, $E_T=2.10^{-7}$j]

ΦΘΙΝΟΥΣΕΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

Α. ΜΗΧΑΝΙΚΕΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

Αν σε ένα σύστημα ελατηρίου μάζας δώσουμε μια φορά ενέργεια και στη συνέχεια το αφήσουμε να εκτελέσει ταλάντωση θα παρατηρήσουμε ότι ***το πλάτος της ταλάντωσης*** μειώνεται συνεχώς με το χρόνο μέχρι που τελικά το σώμα κάποια στιγμή θα σταματήσει. Μια τέτοια ταλάντωση ονομάζεται ***φθίνουσα ή αποσβεννύμενη***

Η απόσβεση οφείλεται στις δυνάμεις που αντιτίθενται στην κίνηση και οι οποίες μεταφέρουν ενέργεια από το σύστημα στο περιβάλλον , με αποτέλεσμα η μηχανική ενέργεια του συστήματος να ελαττώνεται συνεχώς άρα και το πλάτος της ταλάντωσης
Στον μακρόκοσμο όλες οι ταλαντώσεις είναι φθίνουσες
Θα μελετήσουμε την περίπτωση της φθίνουσας ταλάντωσης στην οποία η συνισταμένη δύναμη που αντιτίθεται στην κίνηση είναι της μορφής **F = - b.υ**
Τέτοια δύναμη δέχονται μικρά αντικείμενα που κινούνται μέσα σε αέρα ή υγρό
Η γραφική παράστασης της απομάκρυνσης με το χρόνο σε μια τέτοια ταλάντωση φαίνεται στο παρακάτω σχήμα



ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

- ✓ Η σταθερά **b** ονομάζεται **σταθερά απόσβεσης και εξαρτάται από τις ιδιότητες του μέσου** μέσα στο οποίο γίνεται η ταλάντωση καθώς **και από το σχήμα και το μέγεθος του αντικειμένου που ταλαντώνεται**

- ✓ Για μια ορισμένη τιμή της σταθεράς **b** Η περίοδος της ταλάντωσης παραμένει σταθερή ανεξάρτητα από το πλάτος της

- ✓ ¨Όσο αυξάνει η σταθερά **b Ο ρυθμός μείωσης του πλάτους** της ταλάντωσης αυξάνεται ενώ η περίοδος παρουσιάζει μικρή αύξηση

- ✓ Για πολύ μεγάλες τιμές της σταθεράς **b** η κίνηση γίνεται **απεριοδική**

- ✓ Ο λόγος δύο διαδοχικών μεγίστων της απομάκρυνσης προς την ίδια κατεύθυνση παραμένει σταθερός

Δηλαδή

$\frac{A_0}{A_1}=\frac{A_1}{A_2}=\frac{A_2}{A_3}=\ldots.=\frac{A_{k-1}}{A_k}$ **= K=σταθ (Αποδεικνύεται ότι** $K=e^{\Lambda T}$ **)**

Το Λ είναι μια σταθερά που εξαρτάται από την σταθερά απόσβεσης και από την μάζα του σώματος που ταλαντώνεται (Λ = b/2m)

Γενικά ισχύει

$A=A_o e^{-\Lambda t}$ όπου t=νT (***πολαπλάσιο της περιόδου***) ή $A_\nu=A_o.e^{-\Lambda\nu T}$

Η μηχανική ενέργεια της ταλάντωσης δίνεται από την σχέση
$E = ½ D.A^2$

Άρα εύκολα μπορούμε να δείξουμε ότι

$$\frac{E_0}{E_1}=\frac{E_1}{E_2}=\frac{E_2}{E_3}=\ldots.=\frac{E_{k-1}}{E_k} = K^2 = (\sigma\tau\alpha\theta)^2$$

Καθώς και ότι

$$E = Eo.\ e^{-2\Lambda t}$$

Συνεπώς τόσο το πλάτος όσο και η ενέργεια μειώνονται εκθετικά με τον χρόνο και μάλιστα η ενέργεια μειώνεται πιο γρήγορα

<u>Άλλες παρατηρήσεις χρήσιμες για την επίλυση ασκήσεων</u>

- **Από την σχέση** $A_\nu=A_o.e^{-\Lambda\nu T} \Leftrightarrow \frac{A_\nu}{Ao} = e^{-\Lambda\nu T} \Leftrightarrow$

  $\frac{A_\nu}{Ao} = (e^{-\Lambda T})^\nu \Leftrightarrow (\frac{A_\nu}{Ao})^{1/\nu} = e^{-\Lambda t}$ **(1)**

Οπότε $A_\mu=A_o\ e^{-\Lambda\mu T}= A_o(e^{-\Lambda T})^\mu$ **και λόγω της (1)** $A_\mu=A_o\ (\frac{A_\nu}{Ao})^{\mu/\nu}$

- **Από την σχέση** $A=A_oe^{-\Lambda t} \Leftrightarrow \frac{A}{Ao} = e^{-\Lambda t} \Leftrightarrow \ln\frac{A}{Ao} = -\Lambda t \Leftrightarrow \ln\frac{A_0}{A} = \Lambda t$

  Οπότε αν την χρονική στιγμή t_1 **είναι** $A=A_1$ **και την χρονική στιγμή** t_2 **είναι** $A=A_2$ **θα έχουμε**

  $\ln\frac{A_0}{A_1} = \Lambda t_1$ **και** $\ln\frac{A_0}{A_2} = \Lambda t_2$

άρα με διαίρεση κατά μέλη $\dfrac{\ln\dfrac{A_0}{A_1}}{\ln\dfrac{A_0}{A_2}} = \dfrac{t_1}{t_2}$

Β. ΗΛΕΚΤΡΙΚΕΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

Οι ηλεκτρικές ταλαντώσεις σε ένα κύκλωμα LC είναι και αυτές φθίνουσες.
Το πλάτος του ρεύματος διαρκώς μικραίνει, όπως μικραίνει και το μέγιστο φορτίο στον πυκνωτή, μέχρι που το κύκλωμα παύει να ταλαντώνεται.
Ο κύριος λόγος της απόσβεσης είναι η ωμική αντίσταση,
Μεταβάλλοντας την ωμική αντίσταση θα παρατηρήσουμε αντίστοιχη συμπεριφορά με αυτή των μηχανικών ταλαντώσεων
Συγκεκριμένα, η αύξηση της αντίστασης έχει ως αποτέλεσμα να γίνεται πιο γρήγορη η απόσβεση.

- Για ορισμένη τιμή της αντίστασης, η περίοδος είναι σταθερή.
- Η περίοδος της ταλάντωσης μεγαλώνει όταν μεγαλώνει η αντίσταση.
- Αν η τιμή της αντίστασης υπερβεί κάποιο όριο η ταλάντωση γίνεται απεριοδική.

Δηλαδή στις ηλεκτρικές ταλαντώσεις τον ρόλο της σταθεράς απόσβεσης τον παίζει η ωμική αντίσταση του κυκλώματος R
Και εδω θα ισχύουν οι σχέσεις $I=Io.\ e^{-\Lambda t}$ και $Q=Qo\ e^{-\Lambda t}$
Για την ενέργεια θα ισχύει $\mathbf{E_T = Eo.\ e^{-2\Lambda t}}$

Το σύστημα ανάρτησης του αυτοκινήτου είναι ένα σύστημα αποσβεννύμενων ταλαντώσεων. Τα αμορτισέρ εξασφαλίζουν δύναμη απόσβεσης -που εξαρτάται από την ταχύτητα- τέτοια, ώστε όταν το αυτοκίνητο περνά από ένα εξόγκωμα του δρόμου, να μη συνεχίζει να ταλαντώνεται για πολύ χρόνο. Καθώς τα αμορτισέρ παλιώνουν και φθείρονται, η τιμή του *b* ελαττώνεται και η ταλάντωση διαρκεί περισσότερο.
Ενώ όμως στην περίπτωση του αυτοκινήτου είναι επιθυμητή η μεγάλη απόσβεση, σε άλλα συστήματα, όπως σε ένα εκκρεμές ρολόι, επιδιώκεται η ελαχιστοποίηση της απόσβεσης.

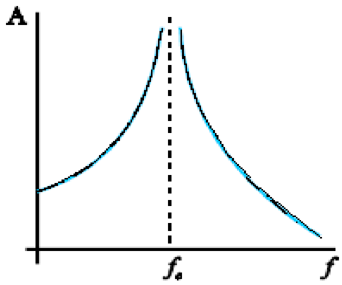
<u>ΕΞΑΝΑΓΚΑΣΜΕΝΕΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ</u>

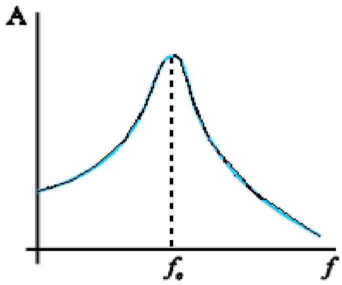
Α. ΜΗΧΑΝΙΚΕΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

- Αν σε ένα σύστημα ελατηρίου μάζας δώσουμε μια φορά ενέργεια και στη συνέχεια το αφήσουμε να εκτελέσει ταλάντωση μόνο του Χωρίς παρέμβαση κάποιου εξωτερικού αιτίου τότε η ταλάντωση θα λέγεται **ελεύθερη ταλάντωση** και η συχνότητα με την οποία πραγματοποιείται λέγεται **ιδιοσυχνότητα** f_0 (ή **φυσική συχνότητα**) της ταλάντωσης.

- Αν θέλουμε να διατηρείται σταθερό το πλάτος της ταλάντωσης πρέπει να ασκήσουμε στο σύστημα μια δύναμη που μεταβάλλεται περιοδικά με το χρόνο. Αυτή την πρόσθετη δύναμη την ονομάζουμε **διεγείρουσα δύναμη**. Η ταλάντωση τότε ονομάζεται **εξαναγκασμένη ταλάντωση** και το σώμα που προκαλεί την ταλάντωση με την περιοδική δύναμη που ασκεί (διεγείρουσα δύναμη) ονομάζεται **διεγέρτης**.
  Η συχνότητα της εξαναγκασμένης ταλάντωσης είναι f και όχι f_0 , δηλαδή **ο διεγέρτης επιβάλλει** στην ταλάντωση **τη συχνότητά του.**

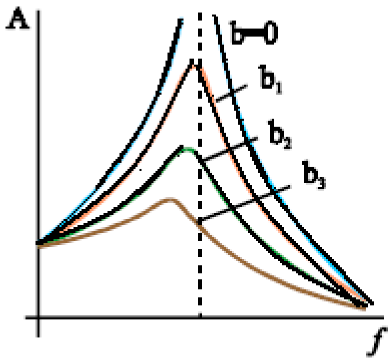
- **Το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης εξαρτάται από τη συχνότητα f του διεγέρτη.**
  Συγκεκριμένα, αν μεταβληθεί η συχνότητα f του διεγέρτη μεταβάλλεται και το πλάτος της εκτελούμενης ταλάντωσης. Οι τιμές του πλάτους είναι γενικά μικρές, εκτός αν η συχνότητα f πλησιάζει στην ιδιοσυχνότητα, f_0 οπότε το πλάτος παίρνει μεγάλες τιμές και γίνεται μέγιστο όταν η συχνότητα *f* γίνει ίση με την ιδιοσυχνότητα f_0 .
  Τότε λέμε ότι έχουμε <u>**συντονισμό**</u>.





Στην ιδανική περίπτωση που η ταλάντωση δεν έχει απώλειες ενέργειας (πρακτικά αυτό είναι αδύνατο), όταν $f=f_0$, το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης γίνεται άπειρο

Το πλάτος της ταλάντωσης κατά το συντονισμό **εξαρτάται από τη σταθερά απόσβεσης**.



Τα διαγράμματα του πλάτους μιας εξαναγκασμένης ταλάντωσης συναρτήσει της συχνότητας του διεγέρτη για διάφορες τιμές της σταθεράς απόσβεσης ($b_1<b_2<b_3$).

Η **αύξηση** της σταθεράς απόσβεσης, συνεπάγεται **μείωση** του πλάτους της εξαναγκασμένης ταλάντωσης και, ταυτόχρονα**, μετατόπιση της συχνότητας συντονισμού** σε μικρότερες τιμές. Η μετατόπιση της συχνότητας συντονισμού προς μικρότερες τιμές επιβεβαιώνει την παρατήρηση ότι με την αύξηση του *b* η ιδιοσυχνότητα του ταλαντωτή μικραίνει
Το σημείο από το οποίο ξεκινούν όλες οι καμπύλες στο διάγραμμα, απέχει από την αρχή των αξόνων όσο απέχει το σημείο πρόσδεσης του σχοινιού από το κέντρο του τροχού .

Ενεργειακή μελέτη

Στις ελεύθερες ταλαντώσεις κατά τη διέγερση του συστήματος δίνεται σε αυτό κάποια μηχανική ενέργεια, η οποία διατηρείται σταθερή –αν η ταλάντωση είναι αμείωτη- ή μετατρέπεται σταδιακά σε θερμότητα -αν είναι φθίνουσα. Στις εξαναγκασμένες ταλαντώσεις, στο σύστημα προσφέρεται συνεχώς ενέργεια με συχνότητα *f* μέσω της διεγείρουσας δύναμης.
Η ενέργεια που προσφέρεται στο σύστημα αντισταθμίζει τις απώλειες και έτσι το πλάτος της ταλάντωσης διατηρείται σταθερό.
Ο τρόπος με τον οποίο το ταλαντούμενο σύστημα αποδέχεται την ενέργεια ***είναι εκλεκτικός*** και έχει να κάνει με τη ***συχνότητα υπό την οποία προσφέρεται***.
Κατά το συντονισμό η ενέργεια μεταφέρεται στο σύστημα κατά το βέλτιστο τρόπο, γι αυτό και το πλάτος της ταλάντωσης γίνεται μέγιστο.

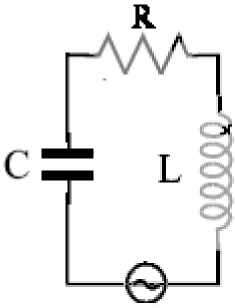
Β. ΗΛΕΚΤΡΙΚΕΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

Ένα κύκλωμα LC αν διεγερθεί (π.χ. με στιγμιαία επαφή των οπλισμών του πυκνωτή με τους πόλους πηγής συνεχούς τάσης) εκτελεί ελεύθερη ηλεκτρική ταλάντωση. Αν το κύκλωμα είναι ιδανικό (δεν έχει αντίσταση) η συχνότητα της ταλάντωσης είναι

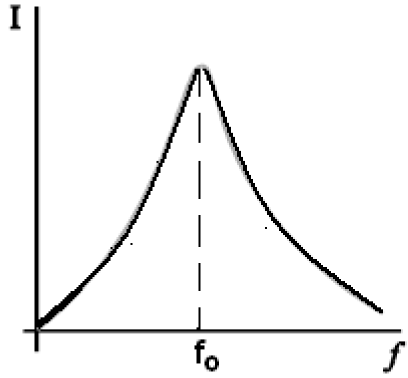
$$f_0=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Τα κυκλώματα LC που χρησιμοποιούνται στην πράξη έχουν ωμική αντίσταση που μπορεί να θεωρηθεί αμελητέα.
Αν **η αντίσταση του κυκλώματος δεν είναι μηδενική η συχνότητα της ταλάντωσης θα είναι ελαφρώς μικρότερη.**

Όπως συμβαίνει και στις μηχανικές ταλαντώσεις, ένα τέτοιο κύκλωμα μπορεί να κάνει εξαναγκασμένη ταλάντωση. Ως διεγέρτης μπορεί να χρησιμοποιηθεί μια πηγή εναλ/νης τάσης το κύκλωμα LC τότε διαρρέεται από εναλλασσόμενο ρεύμα *i*,που έχει την ίδια συχνότητα με την συχνότητα της τάσης . Μεταβάλλοντας τη συχνότητα *f* *της* εναλ/νης τάσης , μεταβάλλεται το πλάτος της έντασης *i*, και γίνεται μέγιστο όταν f = f_0. Τότε έχουμε συντονισμό.



Στο κύκλωμα LC δημιουργείται εξαναγκασμένη ηλεκτρική ταλάντωση



Το διάγραμμα του πλάτους της έντασης του ρεύματος *I* σε ένα κύκλωμα LC που εκτελεί εξαναγκασμένη ηλεκτρική ταλάντωση σε συνάρτηση με τη συχνότητα του διεγέρτη.

<u>Εφαρμογές του συντονισμού</u>

Τα παραδείγματα του συντονισμού στη φυσική είναι πολλά.

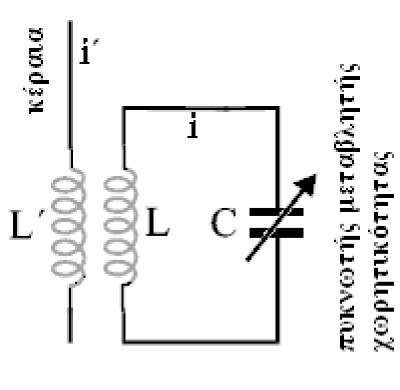
- Αν η συχνότητα f με την οποία πάλλετε το έδαφος (διεγέρτης) σε κάποιο σεισμό είναι ίση με την ιδιοσυχνότητα f_o του κτιρίου, το πλάτος της ταλάντωσης του κτιρίου θα γίνει μεγάλο, γεγονός που μπορεί να οδηγήσει στην κατάρρευσή του.

- Αν μια ομάδα ανθρώπων κινηθεί με βηματισμό πάνω σε γέφυρα, η γέφυρα διεγείρεται και εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση. Αν η συχνότητα βηματισμού είναι ίση με την ιδιοσυχνότητα της γέφυρας, έχουμε συντονισμό, η γέφυρα ταλαντώνεται με μεγάλο πλάτος και υπάρχει κίνδυνος κατάρρευσης.

<u>Η επιλογή ενός σταθμού στο ραδιόφωνο στηρίζεται στο φαινόμενο του συντονισμού</u>.

Κάθε ραδιοφωνικός σταθμός εκπέμπει σε ορισμένη συχνότητα.
Στην κεραία ενός ραδιόφωνου κάθε στιγμή φτάνουν πολλά ηλεκτρομαγνητικά κύματα, με διαφορετικές συχνότητες.
Στην κεραία τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα που φτάνουν αναγκάζουν τα ηλεκτρόνια της να εκτελέσουν ταλάντωση.
Η κίνηση των ηλεκτρονίων στην κεραία δημιουργεί σ΄αυτή ένα πολύ ασθενές μεταβαλλόμενο ρεύμα.

Ένα κύκλωμα LC, με μεταβλητό πυκνωτή βρίσκεται σε επαγωγική σύζευξη με την κεραία του ραδιόφωνου.



Το κύκλωμα επιλογής σταθμών στο ραδιόφωνο είναι ένα κύκλωμα LC, που εξαναγκάζεται σε ηλεκτρική ταλάντωση από την κεραία.

Εξαιτίας της επαγωγικής σύζευξης το κύκλωμα LC εξαναγκάζεται να εκτελέσει ηλεκτρική ταλάντωση. Το πλάτος της ηλεκτρικής ταλάντωσης (πλάτος του ρεύματος) είναι ασήμαντο εκτός εάν έχουμε συντονισμό.
Όταν γυρίζουμε το κουμπί επιλογής των σταθμών μεταβάλλουμε τη χωρητικότητα του μεταβλητού πυκνωτή. Άρα και την ιδιοσυχνότητά του κυκλώματος LC
Όταν η ιδιοσυχνότητα του κυκλώματος συμπέσει με κάποια από τις συχνότητες με τις οποίες ταλαντώνονται τα ηλεκτρόνια της κεραίας (δηλαδή με κάποια από τις συχνότητες των κυμάτων τα οποία φτάνουν στην κεραία), το κύκλωμα συντονίζεται και διαρρέεται από εναλλασσόμενο ρεύμα μέγιστου πλάτους.
Αυτό το σχετικά μεγάλο ρεύμα, περιέχει το ηλεκτρικό σήμα, το οποίο, ενισχυμένο, οδηγείται στο μεγάφωνο του ραδιόφωνου και το διεγείρει.

Σύνθεση ταλαντώσεων

Έστω σώμα Σ μετέχει στις ταλαντώσεις

$x_1 = A_1.\eta\mu\omega t$ και $x_2 = A_2.\eta\mu(\omega t + \phi)$

Η συνισταμένη ταλάντωση που θα κάνει το σώμα είναι

$x = x_1 + x_2 = A.\eta\mu(\omega t + \theta)$ με $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\sigma\upsilon\nu\phi}$

και $\varepsilon\phi\theta = \dfrac{A_2.\eta\mu\phi}{A_1 + A_2\sigma\upsilon\nu\phi}$

Ειδικές περιπτώσεις
α) $\phi = 0^o$ τότε θα είναι $A = A_1 + A_2$ και $\theta = 0^o$

β) $\phi = 90^o$ τότε θα είναι $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2}$ και $\varepsilon\phi\theta = A_2 / A_1$

γ) $\phi = 180^o$ τότε θα είναι $A = |A_1 - A_2|$ και η φάση της ταλάντωσης που προκύπτει είναι η ίδια με την φάση της ταλάντωσης με το μεγαλύτερο πλάτος

<u>Τέλος στην πιο γενική περίπτωση</u>

Αν $x_1 = A_1.\eta\mu(\omega t + \varphi_1)$ και $x_2 = A_2.\eta\mu(\omega t + \varphi_2)$

Η ταλάντωση που προκύπτει έχει την μορφή
$x = x_1 + x_2 = A.\ \eta\mu(\omega t+ \vartheta)$

με $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\sigma\upsilon\nu(\Delta\phi)}$ και $\varepsilon\phi\theta = \dfrac{A_1\eta\mu\phi_1 + A_2.\eta\mu\phi_2}{A_1\sigma\upsilon\nu\phi_1 + A_2\sigma\upsilon\nu\phi_2}$

ΔΙΑΚΡΟΤΗΜΑ

Σύνθεση δύο αρμονικών ταλαντώσεων ίδιας διεύθυνσης, που γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο, με το ίδιο πλάτος και διαφορετικές συχνότητες.

Έστω σώμα Σ μετέχει στις ταλαντώσεις

$x_1 =$ A ημ$\omega_1 t$ και $x_2 =$ A ημ$\omega_2 t$

Το αποτέλεσμα της σύνθεσης αυτών των ταλαντώσεων ,με βάση την γνωστή τριγωνομετρική ταυτότητα, θα δίνεται από την σχέση

$x = x_1 + x_2 = 2A.\text{συν}(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}.t).\text{ημ}(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}.t)$

Από τη σχέση αυτή φαίνεται ότι η κίνηση του σώματος είναι πολύπλοκη. **Προκύπτει μια περιοδική κίνηση , όχι όμως ΑΑΤ**

Ενδιαφέρον παρουσιάζει η κίνηση στην περίπτωση που οι δύο επιμέρους γωνιακές συχνότητες διαφέρουν πολύ λίγο **σε σχέση με τις αρχικές τους τιμές**

Αν $\omega_1 \approx \omega_2$ ο παράγοντας **Α΄**$= 2A.\text{συν}(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}.t)$

της σχέσης μεταβάλλεται με το χρόνο πολύ πιο αργά από τον

παράγοντα ημ$(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}.t)$ ο οποίος μεταβάλλεται με γωνιακή συχνότητα ίση με τη μέση τιμή $\bar{\omega}$ των ω_1 και ω_2 .

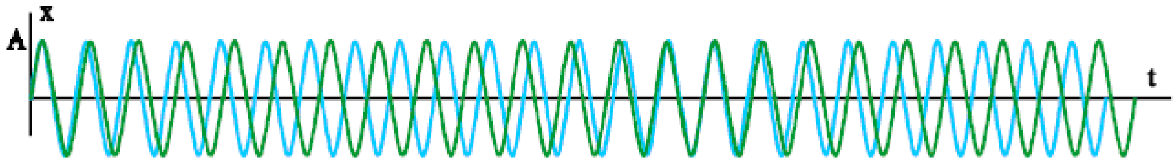
Επειδή αυτές διαφέρουν ελάχιστα μπορούμε να γράψουμε $\bar{\omega} \approx \omega_1 \approx \omega_2$

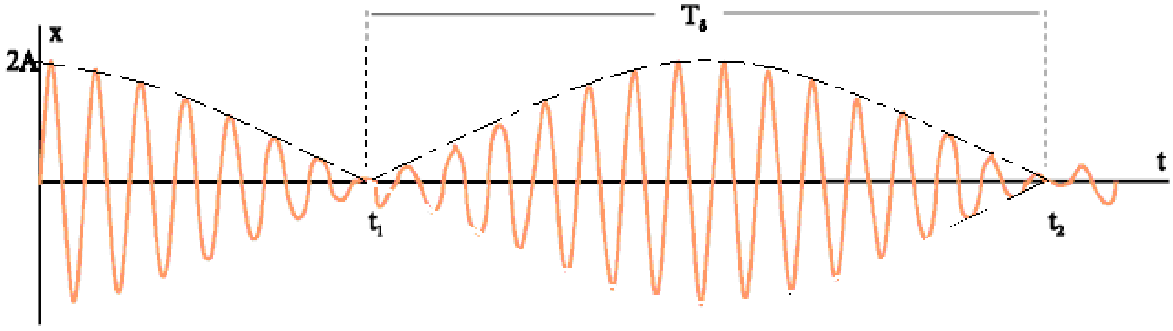
Έτσι για την κίνηση που προκύπτει μπορούμε να γράψουμε την σχέση

$x = A'.\ \text{ημ}(\bar{\omega},t)$

Η σχέση αυτή περιγράφει μια ιδιόμορφη ταλάντωση που έχει την ίδια περίπου συχνότητα με τις επί μέρους ταλαντώσεις. Το πλάτος $|A'|$ της κίνησης του Σ μεταβάλλεται, με αργό ρυθμό, από μηδέν μέχρι 2*Α*. Λέμε ότι η κίνηση του Σ παρουσιάζει **διακροτήματα**

Ο χρόνος ανάμεσα σε δύο διαδοχικούς μηδενισμούς (ή δύο διαδοχικές μεγιστοποιήσεις) του πλάτους ονομάζεται περίοδος (T_δ) του διακροτήματος.





<u>Η διάστικτη γραμμή δείχνει την γραφική παράσταση του πλάτους με τον χρόνο</u>
<u>Όπως φαίνεται η περίοδος μεταβολής του πλάτους ταυτίζεται με την περίοδο του διακροτήματος</u>

Υπολογισμός της περιόδου του διακροτήματος

Το πλάτος $|A'|$ μηδενίζεται όταν 2Α.συν($\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}$.t) = 0 ⇔ συν($\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}$.t) = 0⇔

$\frac{|\omega_1 - \omega_2|}{2}$.t = κπ+π/2

Για κ=0 έχουμε τον πρώτο μηδενισμό που αντιστοιχεί στην χρονική στιγμή t_1 και για κ=1 έχουμε τον δεύτερο μηδενισμό που αντιστοιχεί στην χρονική στιγμή t_2

Αρα θα είναι $\frac{|\omega_1 - \omega_2|}{2}$.$t_1$ = π/2 ⇔ t_1 = $\frac{\pi}{|\omega_1 - \omega_2|}$ και

$\frac{|\omega_1 - \omega_2|}{2}$.$t_2$ = π+π/2 =3π/2 ⇔ t_2 = $\frac{3\pi}{|\omega_1 - \omega_2|}$

T_δ= t_2-t_1 ⇔ T_δ = $\frac{2\pi}{|\omega_1 - \omega_2|}$ Αν θέσουμε ω_1=2πf_1 και ω_2=2πf_2 Η σχέση γράφεται

$T_\delta = \frac{1}{|f_1 - f_2|}$ ⇔ $f_\delta = |f_1 - f_2|$

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

Άλλο η περίοδος και η συχνότητα **του διακροτήματος** και άλλο η περίοδος και η συχνότητα **της περιοδικής κίνησης**
Έτσι αν οι εξισώσεις των ταλαντώσεων από τις οποίες προκύπτει το διακρότημα είναι $x_1 = A$ ημ$\omega_1 t$ και $x_2 = A$ ημ$\omega_2 t$

Τότε για την περιοδική κίνηση που προκύπτει θα είναι

$$\overline{\omega} = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \quad , \quad f = \frac{f_1 + f_2}{2} = \frac{N}{t}$$

(οπου N το πλήθος των ταλαντώσεων και t ο αντίστοιχος χρόνος)

και T=1/f

Ενώ για το διακρότημα θα είναι

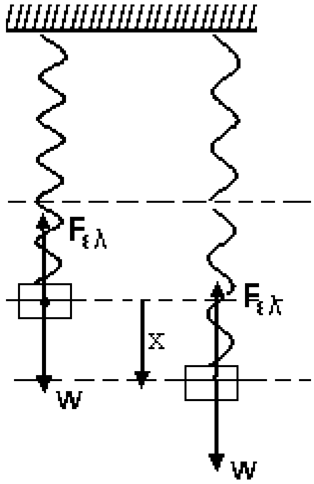
$$T_\delta = \frac{1}{\left|f_1 - f_2\right|} \quad \text{και} \quad f_\delta = \left|f_1 - f_2\right| = \frac{N}{t}$$

(όπου N το πλήθος των μέγιστων ή των μηδενισμών του πλάτους και t ο αντίστοιχος χρόνος)

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

- **Αν ζητηθεί** το έργο της δύναμης επαναφοράς για την κίνηση της μάζας που κάνει ΑΑΤ από μια θέση x_1 σε μια θέση x_2 θα είναι $\mathbf{W_{\Sigma F} = \Delta K = K_2-K_1 = U_1-U_2}$
  Αφού $U_1+K_1= U_2+K_2 \Leftrightarrow K_2-K_1 = U_1-U_2$ Δηλαδή είναι $\mathbf{\Delta U=-\Delta K}$

- **Αν ζητηθεί** η δύναμη του ελατηρίου σε συνάρτηση με τον χρόνο στο σύστημα ελατήριο μάζα θα ακολουθούμε την παρακάτω διαδικασία
  Για το κατακόρυφο ελατήριο αν έχουμε θεωρήσει θετική την προς τα πάνω φορά θα είναι $\mathbf{\Sigma F= F_{\varepsilon\lambda}-w =-Dx \Leftrightarrow F_{\varepsilon\lambda} =w-Dx}$ ή $\mathbf{F_{\varepsilon\lambda} =Kx_1-Kx}$
  (όπου x_1 η αρχική παραμόρφωση του ελατηρίου, Αφού στη ΘΙ
  $w + F_{\varepsilon\lambda} =0 \Leftrightarrow w – K.x_1 = 0 \Leftrightarrow w = K.x_1$ και D=K)
  Αν έχουμε θεωρήσει σαν θετική την προς τα κάτω φορά θα είναι
  $\mathbf{F= F_{\varepsilon\lambda}+w =-Dx \Leftrightarrow F_{\varepsilon\lambda} =-w-Dx}$ **ή** $\mathbf{F_{\varepsilon\lambda} =-Kx_1-Kx}$
  Αν ζητηθεί η μέγιστη και η ελάχιστη τιμή του μέτρου της $F_{\varepsilon\lambda}$ θα είναι
  $\mathbf{F_{\varepsilon\lambda(max)} = w+D.A}$ **και** $\mathbf{F_{\varepsilon\lambda(min)}= w-D.A}$ **προσοχή αν $w-D.A<0$** **(δηλαδή $x_1<A$)**
  θα είναι $F_{\varepsilon\lambda(min)}=0$
  Ομοίως Αν ζητηθεί η μέγιστη και η ελάχιστη τιμή του μέτρου της $U_{\varepsilon\lambda}$ θα είναι
  $\mathbf{U_{\varepsilon\lambda(max)} = ½D.(x_1+A)^2}$ **και** $\mathbf{U_{\varepsilon\lambda(min)}= ½D.(x_1-A)^2}$
  και πάλι αν $w-D.A<0$ θα είναι $U_{\varepsilon\lambda(min)}=0$
  (αν το ελατήριο είναι σε κεκλιμένο επίπεδο αντί w βάζουμε w.ημφ Ενώ στο οριζόντιο ελατήριο αν δεν ασκείται άλλη εξωτερική δύναμη στο σώμα είναι $\Sigma F= F_{\varepsilon\lambda}$)



- ***Ρυθμοί μεταβολής***

  α) μετατόπισης $\frac{dx}{dt} = u$

  β) ταχύτητας $\frac{du}{dt} = \alpha$

  γ) Ορμής $\frac{dp}{dt} =\Sigma F=-Dx$

  δ) Κινητικής Ενέργειας $\frac{dK}{dt} = \Sigma F.u=-D.x.u$

  ε) Δυναμικής Ενέργειας $\frac{dU}{dt} =-\frac{dK}{dt} = -\Sigma F.u= D.x.u$

  ζ) φορτίου του πυκνωτή $\frac{dq}{dt} = i$

  η) έντασης του ρεύματος $\frac{di}{dt} = -\frac{q}{LC} =-\omega^2 q$

  (στο κύκλωμα L C ισχύει $V_L + V_C =0 \Leftrightarrow L.\frac{di}{dt} + \frac{q}{C} = 0 \Leftrightarrow \frac{di}{dt} = -\frac{q}{LC} =-\omega^2 q$)

  θ) Τάσης στα άκρα του πυκνωτή $V_C = \frac{q}{C} \Leftrightarrow \frac{dV_C}{dt} = \frac{1}{C}\frac{dq}{dt} = \frac{1}{C}i$


ΠΑΡΩ ΜΕΤΑΘΕΣΗ ΕΔΩ ΣΤΟΝ ΠΑΡΑΔΕΙΣΟ ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΔΩΣΩ ΚΑΤΙ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ.
ΤΙ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ;
ΓΡΑΦΗ ΚΑΙ Σ'ΑΥΤΑ...
Ε, ΩΡΑΙΑ!.. ΝΑ ΚΑΤΣΕΙΣ ΝΑ ΔΙΑΒΑΣΕΙΣ, ΝΑ ΠΕΡΑΣΕΙΣ!
ΔΙΑΒΑΖΩ, ΑΛΛΑ ΔΕΝ ΚΑΤΑΛΑΒΑΙΝΩ!.. ΑΣ ΠΟΥΜΕ, ΠΩΣ ΓΙΝΕΤΑΙ ΝΑ ΓΕΝΝΗΘΗΚΕ Ο ΧΡΙΣΤΟΣ ΚΑΙ Η ΜΗΤΕΡΑ ΤΟΥ ΝΑ ΕΜΕΙΝΕ ΠΑΡΘΕΝΑ;
Α, ΑΥΤΟ ΕΙΝΑΙ ΤΟ ΘΑΥΜΑ ΤΗΣ ΑΜΩΜΟΥ ΣΥΛΛΗΨΕΩΣ!.. ΕΝΑ ΑΠΟ ΤΑ ΘΕΜΕΛΙΑ ΤΗΣ ΠΙΣΤΗΣ!
Α, ΜΑΛΙΣΤΑ...
ΟΥΤΕ ΣΤΑ Τ.Ε.Ι. ΔΕΝ ΜΕ ΒΛΕΠΩ!
ArkaS

1^o και 2^o Θέμα από το κεφάλαιο των ταλαντώσεων

ΘΕΜΑ 1$_o$
ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΠΟΛΑΠΛΗΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ

1. Σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. Όταν διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του:
α. Η κινητική του ενέργεια είναι μηδέν.
β. Η επιτάχυνσή του είναι μέγιστη.
γ. Η δύναμη επαναφοράς είναι μηδέν.
δ.Η δυναμική του ενέργεια είναι μέγιστη.

2. Σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. Όταν βρίσκεται στη θέση + Α
α. Η κινητική του ενέργεια είναι μέγιστη
β. Η επιτάχυνσή του είναι μέγιστη αρνητική.
γ. Η δύναμη επαναφοράς είναι μέγιστη θετική
δ. Η δυναμική του ενέργεια είναι μέγιστη.

3. Σώμα εκτελεί Α.Α.Τ Το χρονικό διάστημα, μέσα σε μια περίοδο , που τα διανύσματα α και υ είναι ομόροπα είναι
α) Τ/4 , β) Τ/2 , γ) 3Τ/4 , δ) Τ

4. Σώμα εκτελεί Α.Α.Τ . Η εξίσωση της απομάκρυνσής του είναι x = Ασυνωt . Η εξίσωση της ταχύτητάς του θα είναι:
α. υ = ωΑ συνωt
β. υ = -ωΑ ημωt
γ. υ = -ωΑ συνωt
δ. υ = ωΑ ημωt

5. Το πλάτος ταλάντωσης ενός απλού αρμονικού ταλαντωτή διπλασιάζεται. Τότε:
α. η ολική ενέργεια διπλασιάζεται
β. η περίοδος παραμένει σταθερή
γ. η σταθερά επαναφοράς διπλασιάζεται
δ. η μέγιστη ταχύτητα τετραπλασιάζεται.

6. Η επιτάχυνση α σημειακού αντικειμένου το οποίο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση
α. είναι σταθερή
β. είναι ανάλογη και αντίθετη της απομάκρυνσης x
γ. έχει την ίδια φάση με την ταχύτητα
δ. γίνεται μέγιστη στη θέση x = 0

7. Στο πρότυπο του απλού αρμονικού ταλαντωτή η κινητική του ενέργεια
α. στη θέση x = 0 είναι ίση με την ολική του ενέργεια
β. είναι πάντοτε μεγαλύτερη από την δυναμική του ενέργεια
γ. εξαρτάται από την κατεύθυνση της κίνησης της μάζας m
δ. παίρνει μηδενική τιμή μια φορά στη διάρκεια μιας περιόδου.

8. Σύστημα μάζας – ελατηρίου εκτελεί ελεύθερη αμείωτη ταλάντωση. Η συχνότητα της ταλάντωσης είναι:

α. $f = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$ **β.** $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{m}{K}}$ **γ.** $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{K}{m}}$ **δ.** $f = 2\pi\sqrt{m.K}$

9. Η περίοδος των ταλαντώσεων σώματος που εκτελεί ΑΑΤ εξαρτάται
α. Από το πλάτος των ταλαντώσεων
β. Από την ενέργεια της ταλάντωσης
γ. Από την μέγιστη ταχύτητα του σώματος που εκτελεί την ΑΑΤ
δ. Από την μάζα του σώματος που εκτελεί την ΑΑΤ

10. Γυρίζουμε το κουμπί επιλογής των σταθμών ενός ραδιοφώνου από τη συχνότητα 97,1MHz στη συχνότητα 104,7MHz. Η χωρητικότητα του πυκνωτή του κυκλώματος LC επιλογής σταθμών του ραδιοφώνου :
α. αυξάνεται
β. μειώνεται
γ. μένει σταθερή

11. Η περίοδος ταλάντωσης ενός κυκλώματος L – C είναι $T=2.10^{-3}$ s. Τετραπλασιάζουμε το συντελεστή αυτεπαγωγής L του πηνίου, ενώ κρατούμε σταθερή τη χωρητικότητά του πυκνωτή. Η νέα περίοδος του κυκλώματος θα είναι:
α) 4.10^{-3} s β) 2.10^{-3}s γ) 8. 10^{-3} s δ) 10^{-3}s

12. **Σε ιδανικό κύκλωμα ηλεκτρικών ταλαντώσεων LC στη διάρκεια μιας περιόδου η ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή γίνεται μέγιστη**
α. μία φορά.
β. δύο φορές.
γ. τέσσερις φορές.
δ. έξι φορές.

13 . Σε ιδανικό κύκλωμα ηλεκτρικών ταλαντώσεων LC στη διάρκεια μιας περιόδου η ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή γίνεται ίση με την ενέργεια του μαγνητικού πεδίου του πηνίου:
α. μία φορά. **β.** δύο φορές.
γ. τέσσερις φορές. **δ.** έξι φορές.

14. Η φάση της ηλεκτρικής ταλάντωσης
α. αυξάνεται γραμμικά με τον χρόνο
β. είναι σταθερή
γ. αυξάνεται αρμονικά με τον χρόνο
δ. εξαρτάται από την ενέργεια της ταλάντωσης

15. Κύκλωμα ηλεκτρικών ταλαντώσεων εκτελεί ηλεκτρική ταλάντωση Το φορτίο q είναι
α. Ανάλογο του χρόνου
β. Αρμονική συνάρτηση του χρόνου
γ. Μηδενίζεται όταν μηδενίζεται και η ένταση του ρεύματος
δ. Πάντα σταθερό

16. Κύκλωμα ηλεκτρικών ταλαντώσεων εκτελεί ηλεκτρική ταλάντωση Όταν q=0
α. Η ενέργεια του μαγνητικού πεδίου είναι μηδέν.
β. Ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος είναι μέγιστος .
γ. Η τάση στα άκρα του πηνίου είναι μηδέν .
δ. Η ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου είναι μέγιστη

17. Ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος di/dt κυκλώματος ηλεκτρικών ταλαντώσεων
α. είναι σταθερός
β. είναι ανάλογος του φορτίου
γ. έχει την ίδια φάση με την ένταση του ρεύματος
δ. γίνεται μέγιστος όταν η ένταση γίνεται μέγιστη

18. **Δίνεται ότι το πλάτος μιας εξαναγκασμένης μηχανικής ταλάντωσης με απόσβεση υπό την επίδραση μιας εξωτερικής περιοδικής δύναμης είναι μέγιστο. Αν διπλασιάσουμε τη συχνότητα της δύναμης αυτής το πλάτος της ταλάντωσης θα:**
α. διπλασιασθεί
β. μειωθεί
γ. τετραπλασιαστεί
δ. παραμείνει το ίδιο.

19.Σώμα εκτελεί ταυτόχρονα δύο αρμονικές ταλαντώσεις ίδιου πλάτους και διεύθυνσης. Οι συχνότητες f_1 και f_2 ($f_1 > f_2$) των δύο ταλαντώσεων διαφέρουν λίγο μεταξύ τους, με αποτέλεσμα να παρουσιάζεται διακρότημα. Αν η συχνότητα f_2 προσεγγίσει τη συχνότητα f_1, χωρίς να την ξεπεράσει, ο χρόνος που μεσολαβεί ανάμεσα σε δύο διαδοχικούς μηδενισμούς του πλάτους θα:
α. αυξηθεί.
β. μειωθεί.
γ. παραμείνει ο ίδιος.
δ. αυξηθεί ή θα μειωθεί ανάλογα με την τιμή της f_2.

20. **Μηχανικό σύστημα εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση με συχνότητα 25Hz, ενώ η ιδιοσυχνότητα του συστήματος είναι 20Hz. Αν αυξήσουμε τη συχνότητα του διεγέρτη, τότε το πλάτος ταλάντωσης θα:**
α. αυξηθεί.
β. ελαττωθεί.
γ. παραμείνει σταθερό.

21. **Σώμα συμμετέχει ταυτόχρονα σε δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις που περιγράφονται από τις σχέσεις $x_1=Aημω_1t$ και $x_2=Aημω_2t$, των οποίων οι συχνότητες $ω_1$ και $ω_2$ διαφέρουν λίγο μεταξύ τους.**
Η συνισταμένη ταλάντωση έχει:
α. συχνότητα $2(ω_1 - ω_2)$.
β. συχνότητα $ω_1+ω_2$.
γ. πλάτος που μεταβάλλεται μεταξύ των τιμών μηδέν και 2Α.
δ. πλάτος που μεταβάλλεται μεταξύ των τιμών μηδέν και Α.

22 . **Σε μια φθίνουσα ταλάντωση της οποίας το πλάτος μειώνεται εκθετικά με το χρόνο:**
α. το μέτρο της δύναμης που προκαλεί την απόσβεση είναι ανάλογο της απομάκρυνσης.
β. ο λόγος δύο διαδοχικών πλατών προς την ίδια κατεύθυνση δεν διατηρείται σταθερός.
γ. η περίοδος διατηρείται σταθερή για ορισμένη τιμή της σταθεράς απόσβεσης.
δ. το μέτρο της δύναμης που προκαλεί την απόσβεση είναι σταθερό.

23. Η επιλογή ενός σταθμού στο ραδιόφωνο στηρίζεται
α. Στο φαινόμενο της ολικής ανάκλασης .
β. Στο φαινόμενο του συντονισμού
γ. Στο φαινόμενο της επαλληλίας
δ. Σε τίποτα από τα παραπάνω

24. Η ιδιοσυχνότητα ενός ταλαντωτή εξαρτάται
α. από το πλάτος της ταλάντωσης
β. από τη σταθερά απόσβεσης
γ. από την αρχική φάση
δ. από τα φυσικά χαρακτηριστικά του συστήματος.

25. Συντονισμό ονομάζουμε την κατάσταση της εξαναγκασμένης ταλάντωσης του αρμονικού ταλαντωτή, στην οποία
α. η δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης είναι ίση με την κινητική
β. η συχνότητα της διεγείρουσας δύναμης είναι διπλάσια από την ιδιοσυχνότητα του ταλαντωτή
γ. η συχνότητα της διεγείρουσας δύναμης είναι περίπου ίση με την ιδιοσυχνότητα του ταλαντωτή
δ. το πλάτος της ταλάντωσης είναι ανεξάρτητο από τη συχνότητα της διεγείρουσας δύναμης.

26. Να συμπληρωθούν τα κενά στο παρακάτω κείμενο

Στην περίπτωση της φθίνουσας ταλάντωσης στην οποία η συνισταμένη δύναμη που αντιτίθεται στην κίνηση είναι της μορφής **F = - b.υ**
Η σταθερά b ονομάζεται σταθερά απόσβεσης και εξαρτάται από τις ιδιότητες του ……(α) ………. μέσα στο οποίο γίνεται η ταλάντωση καθώς και από το ……(β) ….και το ……(γ)…. του αντικειμένου που ταλαντώνεται
Οι ηλεκτρικές ταλαντώσεις σε ένα κύκλωμα LC είναι και αυτές φθίνουσες.
Το πλάτος του ρεύματος διαρκώς μικραίνει, όπως μικραίνει και το μέγιστο φορτίο στον πυκνωτή, μέχρι που το κύκλωμα παύει να ταλαντώνεται. Ο κύριος λόγος της απόσβεσης είναι η (δ)……………, Στις εξαναγκασμένες μηχανικές ταλαντώσεις, στο σύστημα προσφέρεται συνεχώς ενέργεια με συχνότητα *f* μέσω της (ε)………………… (ζ)………………….
Ο τρόπος με τον οποίο το ταλαντούμενο σύστημα αποδέχεται την ενέργεια είναι εκλεκτικός και έχει να κάνει με τη (η) ………………. υπό την οποία προσφέρεται.

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΣΩΣΤΟΥ – ΛΑΘΟΥΣ (Σ-Λ)

1. Η περίοδος του ωροδείκτη είναι 1h.

2. Στη διάρκεια μιας περιόδου, η δυναμική ενέργεια και η κινητική ενέργεια μιας μηχανικής αρμονικής ταλάντωσης, είναι ίσες δύο φορές.

3. Σε μία αμείωτη ηλεκτρική ταλάντωση (κύκλωμα LC), η ενέργεια ηλεκτρικού πεδίου στον πυκνωτή, μετατρέπεται περιοδικά σε ενέργεια μαγνητικού πεδίου στο πηνίο.

4. Η τιμή της σταθεράς επαναφοράς D σχετίζεται με τα φυσικά χαρακτηριστικά του συστήματος που ταλαντώνεται.

5. Στην απλή αρμονική ταλάντωση το μέτρο της ταχύτητας είναι μέγιστο στη θέση x= 0.

6. Στην απλή αρμονική ταλάντωση το μέτρο της επιτάχυνσης είναι ελάχιστο στις θέσεις X = ± A.

7. Η ιδιοσυχνότητα της ταλάντωσης του συστήματος μάζας – ελατηρίου δίνεται από την εξίσωση $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{m}{K}}$

8. Η ολική ενέργεια του απλού αρμονικού ταλαντωτή καθορίζει τη μέγιστη ταχύτητα u_0 και το πλάτος της ταλάντωσης A.

9. Η ολική ενέργεια του απλού αρμονικού ταλαντωτή είναι ίση με τη δυναμική του ενέργεια στις θέσεις x = ± A.

10. Η επιτάχυνση ενός σώματος που εκτελεί Α.Α.Τ είναι μέγιστη στη θέση ισορροπίας του.

11. Όταν ένα σώμα εκτελεί Α.Α.Τ τότε η δύναμη επαναφοράς είναι ανάλογη με το τετράγωνο του χρόνου.

12. Η περίοδος ενός απλού αρμονικού ταλαντωτή εξαρτάται από το πλάτος ταλάντωσής του.

13. Στο κύκλωμα L – C ο πυκνωτής εκφορτίζεται σε χρονικό διάστημα t=T/4.

14. Η εξίσωση του φορτίου του πυκνωτή q = Qσυνωt αντιστοιχεί στην εξίσωση απομάκρυνσης σε μία Α.Α.Τ με αρχική φάση π/2.

15. Σε μια φθίνουσα μηχανική ταλάντωση , για μια ορισμένη τιμή της σταθεράς b η περίοδος της ταλάντωσης παραμένει σταθερή αλλά εξαρτάται από το πλάτος της

16. Σε μια φθίνουσα μηχανική ταλάντωση ,¨όσο αυξάνει η σταθερά b ο ρυθμός μείωσης του πλάτους της ταλάντωσης αυξάνεται ενώ η περίοδος παρουσιάζει μικρή ελάττωση

17. Σε μια φθίνουσα ηλεκτρική ταλάντωση ,για ορισμένη τιμή της αντίστασης, η περίοδος είναι σταθερή.
18. Σε μια φθίνουσα ηλεκτρική ταλάντωση , η περίοδος της ταλάντωσης παραμένει σταθερή όταν μεγαλώνει η αντίσταση.

19. Αν στον αρμονικό ταλαντωτή εκτός από την ελαστική δύναμη επαναφοράς ενεργεί και δύναμη αντίστασης F = -bυ, το πλάτος της ταλάντωσης ελαττώνεται γραμμικά με το χρόνο.

20. Αν στον αρμονικό ταλαντωτή εκτός από την ελαστική δύναμη επαναφοράς ενεργεί και δύναμη αντίστασης F = -bυ, με μεγάλη σταθερά απόσβεσης, η κίνηση γίνεται απεριοδική.

21. Στη φθίνουσα αρμονική ταλάντωση ο ρυθμός με τον οποίο ελαττώνεται το πλάτος δεν εξαρτάται από την σταθερά απόσβεσης.

22. Το πλάτος φθίνουσας αρμονικής ταλάντωσης μεταβάλλεται με το χρόνο σύμφωνα με την εξίσωση $A = A_0\, e^{-\Lambda t}$, αν η δύναμη αντίστασης είναι της μορφής F = -bυ.

23. Η συχνότητα της εξαναγκασμένης ταλάντωσης του αρμονικού ταλαντωτή είναι πάντα ίση με την ιδιοσυχνότητά του.

24. Η συχνότητα της εξαναγκασμένης ταλάντωσης του αρμονικού ταλαντωτή είναι ίση με την συχνότητα της διεγείρουσας δύναμης.

25. Το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης αρμονικού ταλαντωτή δεν εξαρτάται από τη συχνότητα της διεγείρουσας δύναμης.

26. Για να διατηρείται σταθερό το πλάτος μιας εξαναγκασμένης ταλάντωσης πρέπει ο ρυθμός με τον οποίο το σύστημα απορροφά ενέργεια να είναι διπλάσιος του ρυθμού με τον οποίο αφαιρείται ενέργεια από το σύστημα.

27. Κατά τον συντονισμό όταν η σταθερά απόσβεσης είναι b = 0, το πλάτος της ταλάντωσης γίνεται θεωρητικά άπειρο.

28. Ο κύριος λόγος απόσβεσης στις ηλεκτρικές ταλαντώσεις, είναι η ωμική αντίσταση του κυκλώματος.

29. Σε περίπτωση, που από σύνθεση δύο αρμονικών ταλαντώσεων έχουμε διακρότημα, Ο χρόνος ανάμεσα σε δύο διαδοχικούς μηδενισμούς ή δύο διαδοχικές μεγιστοποιήσεις του πλάτους ονομάζεται περίοδος ($T_δ$) του διακροτήματος.

30. Σε περίπτωση, που από σύνθεση δύο αρμονικών ταλαντώσεων έχουμε διακρότημα, τότε η συχνότητα της κίνησης που προκύπτει είναι $f = \frac{f1+f2}{2}$ όπου f1, f2 οι συχνότητες των δύο επί μέρους αρμονικών ταλαντώσεων

ΘΕΜΑ 2ο

1. Υλικό σημείο εκτελεί ταυτόχρονα δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις της ίδιας συχνότητας και διεύθυνσης, γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας και με την ίδια φάση. Αν η ενέργεια του σώματος λόγω της ταλάντωσης (1) είναι E_1=9J ενώ λόγω της (2) είναι E_2=16J, τότε η ολική ενέργεια ταλάντωσής του είναι:
α) 25J β) 49J γ) 7J
ι.) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση
ιι) Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας

2. Σώμα μάζας m είναι προσδεμένο στο άκρο ελατηρίου σταθεράς K και εκτελείεξαναγκασμένη ταλάντωση. Η συχνότητα του διεγέρτη είναι f = fo , όπου fo η ιδιοσυχνότητα του συστήματος. Τετραπλασιάζουμε τη μάζα m του σώματος , ενώ κρατούμε σταθερή τη συχνότητα του διεγέρτη.
ι) Η ιδιοσυχνότητα του συστήματος :
α) υποδιπλασιάζεται **β)** διπλασιάζεται **γ)** παραμένει σταθερή.
Να επιλέξτε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε.
ιι) Το πλάτος της ταλάντωσης του συστήματος:
α) αυξάνεται **β)** ελαττώνεται **γ)** παραμένει σταθερό.
Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να τη δικαιολογήσετε.
Αν στη συνέχεια ,αφού έχουμε τετραπλασιάσει την μάζα του σώματος ,αυξήσουμε την συχνότητα του διεγέρτη
ιιι) Το πλάτος της ταλάντωσης του συστήματος:
α) αυξάνεται **β)** ελαττώνεται **γ)** παραμένει σταθερό.
Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να τη δικαιολογήσετε

3. Σύστημα μάζα – ελατήριο εκτελεί φθίνουσα αρμονική ταλάντωση με αρχικό πλάτος Αο. Η αρχική ενέργεια του ταλαντωτή είναι Εο = 16J. Σε χρόνο διπλάσιο από το χρόνο υποδιπλασιασμού του πλάτους, η ενέργεια θα είναι:
Α) 1J **Β)** 4J **Γ)** 2J **Δ)** 8J
Να επιλέξτε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε.

4 .Δύο σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$ με ίσες μάζες ισορροπούν κρεμασμένα από κατακόρυφα ιδανικά ελατήρια με σταθερές K_1 και K_2 αντίστοιχα, που συνδέονται με τη σχέση $K_1=K_2/2$ Απομακρύνουμε τα σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$ από τη θέση ισορροπίας τους κατακόρυφα προς τα κάτω κατά x και 2x αντίστοιχα και τα αφήνουμε ελεύθερα την ίδια χρονική στιγμή , οπότε εκτελούν απλή αρμονική ταλάντωση. Τα σώματα διέρχονται για πρώτη φορά από τη θέση ισορροπίας τους:
α) ταυτόχρονα .
β) σε διαφορετικές χρονικές στιγμές με πρώτο το $Σ_1$.
γ) σε διαφορετικές χρονικές στιγμές με πρώτο το $Σ_2$.
Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να τη δικαιολογήσετε.

5. Ο πυκνωτής σε κύκλωμα LC φορτίζεται με φορτίο Q από πηγή συνεχούς τάσης και στη συνέχεια αποσυνδέεται από αυτή . Να βρεθεί το φορτίο του πυκνωτή την στιγμή που η ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου γίνεται ίση με την ενέργεια του μαγνητικού πεδίου
[Απ $q = {}^{\sqrt{2}}/_{2}\, Q$]

6. Σε κύκλωμα LC που εκτελεί αμείωτες ηλεκτρικές ταλαντώσεις ,το μέγιστο φορτίο του πυκνωτή είναι Q και η κυκλική ιδιοσυχνότητα των ταλαντώσεων είναι $ω_o$. Να δειχθεί ότι σε κάθε χρονική στιγμή η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα και το φορτίο q του πυκνωτή συνδέονται με την σχέση $i^2 = ω_o^2(Q^2 – q^2)$

7. Σε κύκλωμα LC ,που εκτελεί αμείωτες ηλεκτρικές ταλαντώσεις ,ο πυκνωτής έχει χωρητικότητα C και το πηνίο αυτεπαγωγή L. Πόση είναι η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο όταν ο πυκνωτής έχει φορτίο ίσο με το μισό του μέγιστου φορτίου Q
[Απ $i = \frac{\sqrt{3}}{2}.\frac{Q}{\sqrt{LC}}$]

8. Σε κάθε κύκλωμα LC να δειχθούν οι σχέσεις
i) $i = \pm ω.\sqrt{Q^2 - q^2}$ ii) $\frac{i^2}{I^2} + \frac{q^2}{Q^2} = 1$

9. Σε ένα κύκλωμα LC ο πυκνωτής έχει χωρητικότητα C και η μέγιστη τάση στους οπλισμούς του είναι V . Αν κάποια στιγμή η ένταση του ρεύματος είναι i και η τάση στους οπλισμούς του είναι V_1. Να δειχθεί ότι ισχύει η σχέση
$\mathbf{T^2.i^2 = (2πC)^2.(V^2 – V_1^2)}$ όπου Τ η περίοδος των ταλαντώσεων

10. Η σχέση που συνδέει την ταχύτητα υ με την απομάκρυνση x, σώματος που εκτελεί Α.Α.Τ. πλάτους Α είναι:

α) υ = ω$\sqrt{A-x}$

β) υ = ± ω$\sqrt{A^2-x^2}$

γ) υ = $\sqrt{A^2-x^2}$

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

11. Σημειακό αντικείμενο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Η εξίσωση της απομάκρυνσης x από τη θέση ισορροπίας του είναι x = Α ημ(ωt + φ).

α) Για τη συνισταμένη δύναμη που ενεργεί στο αντικείμενο ισχύει η σχέση $F = -m\omega^2 x$.

β) Η φάση της ταχύτητας υ προηγείται της φάσης της απομάκρυνσης x κατά π/2

γ) Η φάση της επιτάχυνσης α προηγείται της φάσης της απομάκρυνσης x κατά π.

δ) Η ταχύτητα υ και η δύναμη F είναι μεγέθη συμφασικά.

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας για κάθε πρόταση.

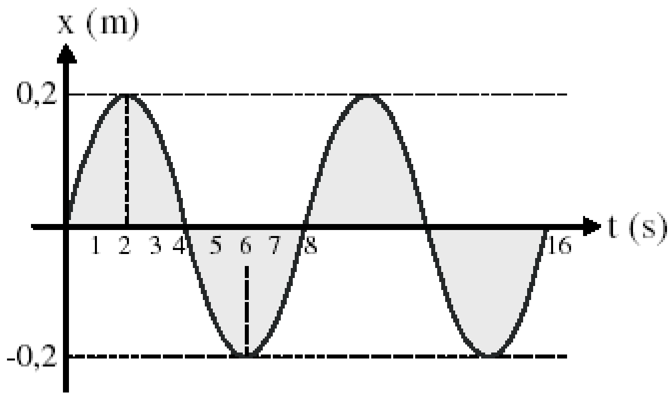
12. Η σχέση που συνδέει την επιτάχυνση α ενός γραμμικού αρμονικού ταλαντωτή με την απομάκρυνση x είναι:

α) α = ωx **β)** $\alpha = -\omega x^2$

γ) $\alpha = -\omega^2 x$ **δ)** $\alpha = -\omega^2 x^2$

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

13. Η γραφική παράσταση της απομάκρυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο, για ένα σημειακό αντικείμενο που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, φαίνεται στο σχήμα.



α) Το μέτρο της ταχύτητας έχει τη μέγιστη τιμή του στις χρονικές στιγμές 0, 4 και 8 s.

β) Το μέτρο της επιτάχυνσης έχει τη μέγιστη τιμή του τις χρονικές στιγμές 2 s και 6 s.

γ) Τη χρονική στιγμή t = 4 s το μέτρο της επιτάχυνσης είναι $\alpha = \alpha_{max}/2$

δ) Τη χρονική στιγμή t = 7 s το μέτρο της ταχύτητας είναι μικρότερο από το μέτρο της ταχύτητας τη χρονική στιγμή 2 s.

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας για κάθε πρόταση.

14. Σώμα μάζας m εκτελεί ΑΑΤ , η δύναμη επαναφοράς που ασκείται στο σώμα έχει τιμή:

α) F = mω^{2}α

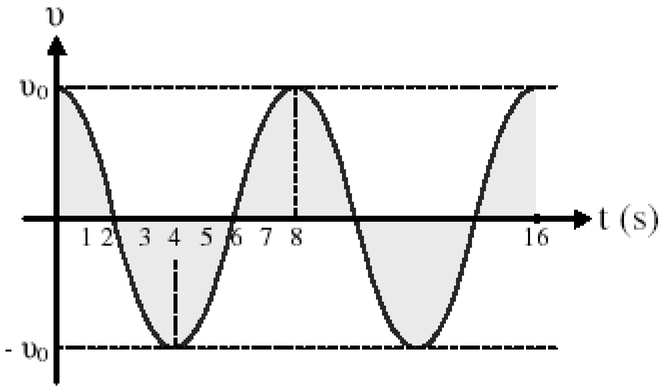
β) F = ± m.ω $\sqrt{u_{\max}{}^2 - u^2}$

γ) F = ± m. $\sqrt{u_{\max}{}^2 - u^2}$

δ) F =± m.ω.α^2

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

15. Η γραφική παράσταση της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο, για ένα σημειακό αντικείμενο που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, φαίνεται στο σχήμα.



α) Τις χρονικές στιγμές 0, 4 και 8 s το αντικείμενο διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του

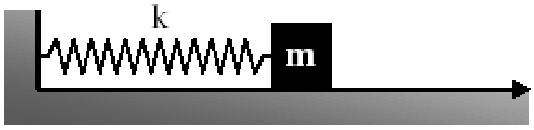
β) Τις χρονικές στιγμές 2 s και 6 s το μέτρο της επιτάχυνσης είναι μέγιστο.

γ) Στο χρονικό διάστημα από 6 s μέχρι 8 s τα διανύσματα υ και F (συνισταμένη δύναμη) είναι συγγραμμικά και ομόρροπα.

δ) Στο χρονικό διάστημα 0 μέχρι 2 s το αντικείμενο κινείται προς τη θέση ισορροπίας του.

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας για κάθε πρόταση.

16. Το σύστημα μάζας – ελατηρίου, του σχήματος εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους Α. Τη χρονική στιγμή t = 0 η μάζα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας της κινούμενη προς την αρνητική κατεύθυνση. Να θεωρήσετε ότι η απομάκρυνση x της μάζας από τη θέση ισορροπίας της είναι ημιτονική συνάρτηση του χρόνου.



α. Τη χρονική στιγμή t=T/8 η επιτάχυνση του σώματος έχει αλγεβρική τιμή α= ½ $α_{max}$

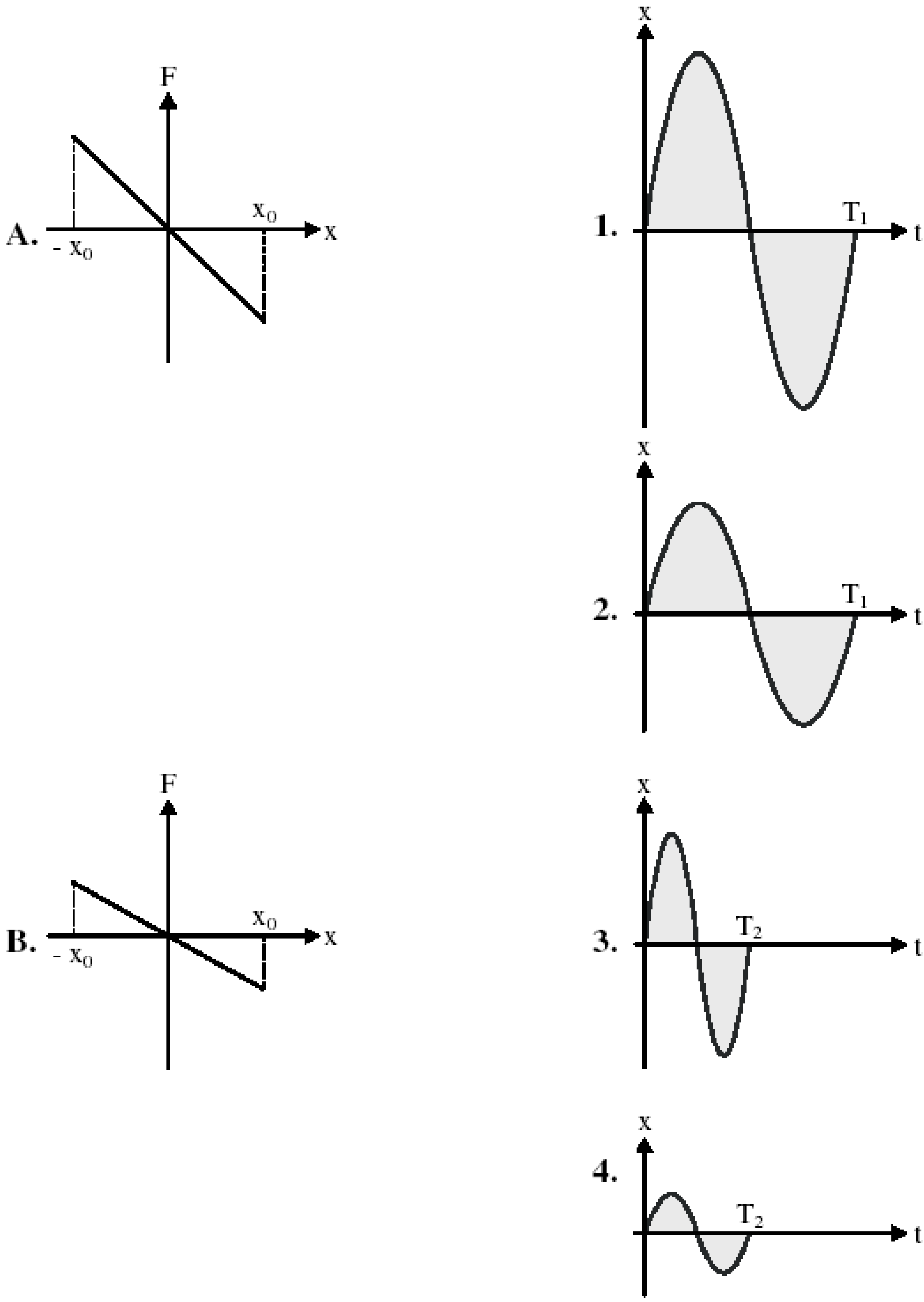
β. Η ταχύτητα της μάζας δίνεται από την σχέση u=u_{max}συνωt

γ. Τη χρονική στιγμή t=3T/8 η δυναμική ενέργεια του συστήματος είναι ίση με την κινητική του

δ. Η δύναμη του ελατηρίου είναι ίση με την δύναμη επαναφοράς της ταλάντωσης

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας για κάθε πρόταση.

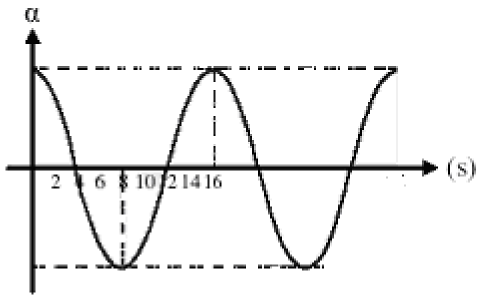
17.Σημειακό αντικείμενο εκτελεί ΑΑΤ και η δύναμη επαναφοράς μεταβάλλεται με την απομάκρυνση x όπως δείχνουν τα σχήματα Α και Β .Για κάθε γραφική παράσταση F-x της αριστερής στήλης να βρείτε την αντίστοιχη γραφική παράσταση x-t της δεξιάς στήλης



18. Σώμα εκτελεί Α.Α.Τ Ο λόγος της κινητικής ενέργειας προς τη δυναμική ενέργεια του ταλαντωτή τη στιγμή που η ταχύτητα του σώματος είναι
$u = u_{max}/2$ είναι
α) ½ β) ¼ γ) $^1/_3$ δ) $^3/_2$

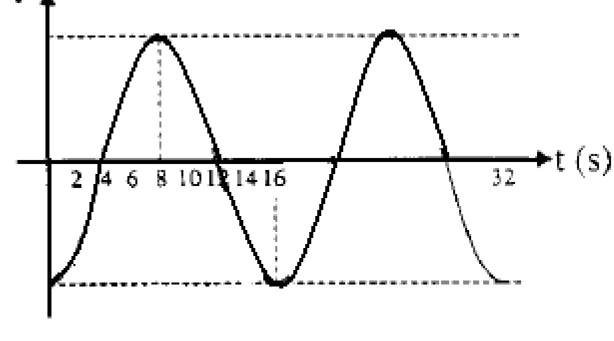
19. Ένα σώμα εκτελεί ταυτόχρονα δυο απλές αρμονικές ταλαντώσεις της ίδιας διεύθυνσης και γύρω από το ίδιο σημείο. Οι εξισώσεις των δύο ταλαντώσεων είναι:
x_1= Α ημωt και x_2 = Α ημ(ωt + φ).
Το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος είναι Α = 0 όταν:
α. φ = 0 γ. φ = 2π/3 β. φ = π/2 δ. φ = π
Να επιλέξετε την σωστή απάντηση και να την δικαιολογήσετε

20. Η γραφική παράσταση της επιτάχυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο, για ένα σημειακό αντικείμενο που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, φαίνεται στο σχήμα. Με ποιο ή ποια από τα παρακάτω συμφωνείτε ή διαφωνείτε και γιατί;
α) Τις χρονικές στιγμές 0, 8 και 16s η ταχύτητα του αντικειμένου είναι μηδέν
β) Την χρονική στιγμή 13s το αντικείμενο κινείται σε ακραία θέση με θετική ταχύτητα
γ) Η αρχική φάση της ταλάντωσης είναι 3π/2
δ) Το αντικείμενο αρχίζει να ταλαντώνεται ξεκινόντας από την ηρεμία με θετική ταχύτητα



21. Σε ιδανικό κύκλωμα ηλεκτρικών ταλαντώσεων LC, τη στιγμή που το φορτίο του πυκνωτή είναι το μισό του μέγιστου φορτίου του η ενέργεια U_B του μαγνητικού πεδίου του πηνίου είναι το:
α. 25% **β.** 50% **γ.** 75%
της ολικής ενέργειας Ε του κυκλώματος.
Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

22Η γραφική παράσταση της τάσης στα άκρα πυκνωτή σε ένα κύκλωμα ηλεκτρικών ταλαντώσεων που εκτελεί ηλεκτρική ταλάντωση φαίνεται στο παρακάτω σχήμα
Με ποιο ή ποια από τα παρακάτω συμφωνείτε ή διαφωνείτε και γιατί;
α. Τις χρονικές στιγμές 0, 8 και 16s η ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος είναι μηδέν
β. Την χρονική στιγμή 6s ο ρυθμός μεταβολής του φορτίου του πυκνωτή είναι θετικός
γ. Τις χρονικές στιγμές 0, 8 και 16s ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ηλεκτρικού ρεύματος είναι μηδέν
δ. Στο χρονικό διάστημα 0-8 s , ο πυκνωτής εκφορτίζεται



23. Δύο ελατήρια με σταθερές K_1 και K_2 έχουν το ίδιο φυσικό μήκος , και είναι τοποθετημένα κατακόρυφα με το πάνω τους άκρο ακλόνητα στερεωμένο Στο κάτω άκρο κρεμάμε από μια μάζα m_1 και m_2 αντίστοιχα και τις αφήνουμε σιγά σιγά μέχρι τα δύο ελατήρια να ισορροπήσουν ξανά .Παρατηρούμε ότι και πάλι τα δύο ελατήρια έχουν το ίδιο μήκος .

Αν $m_1 > m_2$ και τα δύο ελατήρια αρχίζουν να εκτελούν ταλαντώσεις του ίδιου πλάτους να συγκρίνεται

α .Τις ενέργειες των δύο ταλαντώσεων

β. Τις συχνότητες των δύο ταλαντώσεων

γ. Τις μέγιστες ταχύτητες των δύο μαζών

24. Σώμα μάζας m είναι κρεμασμένο από ελατήριο σταθεράς K και εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση πλάτους A_1 και συχνότητας f_1. Παρατηρούμε ότι, αν η συχνότητα του διεγέρτη αυξηθεί και γίνει f_2, το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης είναι πάλι A_1. Για να γίνει το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης μεγαλύτερο του A_1, πρέπει η συχνότητα f του διεγέρτη να είναι:

α. $f > f_2$. **β.** $f < f_1$. **γ.** $f_1 < f < f_2$.

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

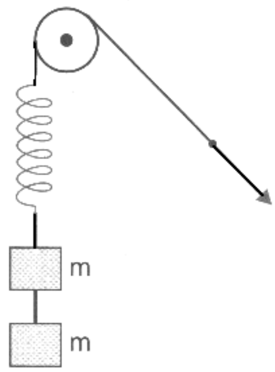
25. Το σύστημα του σχήματος εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση μέγιστου πλάτους. Αν η μια μάζα αποσπαστεί από το σύστημα, το πλάτος της ταλάντωσης:

α. Θα αυξηθεί.

β. Θα μειωθεί.

γ. Θα μείνει το ίδιο.

δ. Δεν μπορούμε να απαντήσουμε. Τα στοιχεία είναι ελλιπή.



26. Δύο διαπασών παράγουν αρμονικούς ήχους με συχνότητες f_1=2500Hz και f_2=2500,5Hz. Ένας παρατηρητής που ακούει ταυτόχρονα τους δύο ήχους, μέσα σε χρόνο t = 10s θα αντιλαμβάνεται:

α) 5 μέγιστα β) 50 μέγιστα γ) 25025 μέγιστα δ) 100 μέγιστα

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

27. Στο διάγραμμα απεικονίζεται η δύναμη επαναφοράς για ένα σώμα που εκτελεί Α.Α.Τ σε συνάρτηση με την απομάκρυνσή του από τη θέση ισορροπίας. Η περίοδος ταλάντωσης είναι T = π s. Η μάζα του σώματος είναι:

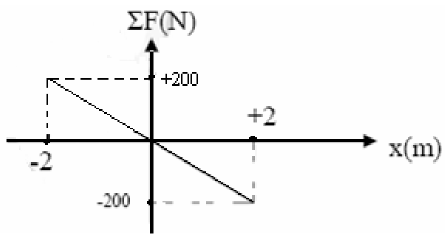
α) 50 kg

β) 100 kg

γ) 10kg

δ) 25 kg

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.



28. Αν σε μια απλή αρμονική ταλάντωση διπλασιάσουμε το πλάτος ταλάντωσης και η σταθερά επαναφοράς παραμείνει σταθερή, τότε η μέγιστη δυναμική ενέργεια ταλάντωσης:
α. διπλασιάζεται β. τετραπλασιάζεται
γ. υποδιπλασιάζεται δ. παραμένει σταθερή
Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.
29. Σε ένα κύκλωμα LC να βρεθεί ο λόγος U_B/U_E μετά από χρόνο T/6 από την στιγμή που η τάση του πυκνωτή είναι μέγιστη

30. Κύκλωμα LC εκτελεί ηλεκτρική ταλάντωση . Αν θεωρήσουμε σαν χρονική στιγμή μηδέν την στιγμή που αρχίζει η εκφόρτιση του πυκνωτή . Να βρεθεί , σε συνάρτηση με τα L, C , η χρονική στιγμή που η τάση στα άκρα του πυκνωτή γίνεται για πρώτη φορά ίση με το μισό της μέγιστης τιμής της

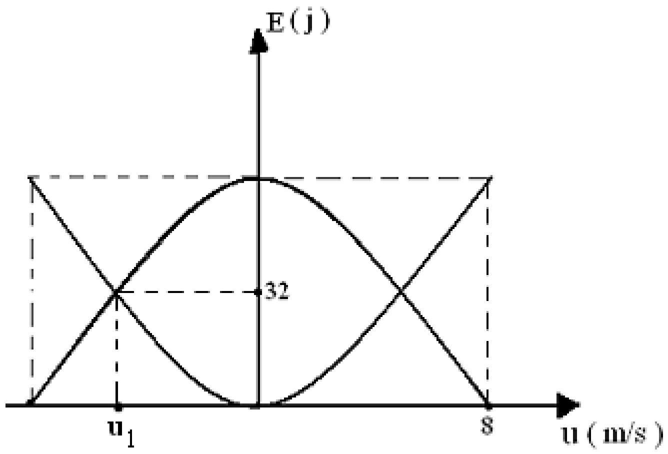
31. Σώμα εκτελεί ΑΑΤ χωρίς αρχική φάση. Ο λόγος της κινητικής ενέργειας προς τη δυναμική ενέργεια είναι 3 αυτό συμβαίνει τη χρονική στιγμή:
α) t = T/12 β) t = T/8 γ) t = T/6 δ) t = T/4
Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

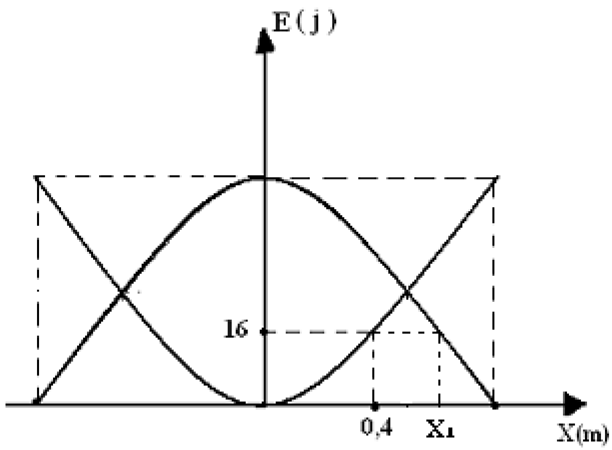
32. Θεωρούμε μια φθίνουσα αρμονική ταλάντωση πλάτους . Αν σε χρόνο t_1 το πλάτος γίνεται από A /2 σε A / 4 και σε χρόνο t_2 γίνεται από A/ 6 σε A / 12, τότε η σχέση των χρόνων είναι:
α. $t_1 = t_2$ γ. $t_1 = t_2 / 4$
β. $t_1 = 2t_2$ δ. $t_2 = 2t_1$
Να επιλέξετε την σωστή απάντηση
Να την δικαιολογήσετε

33. Στη απλή αρμονική ταλάντωση Αν σε χρόνο t_1 το κινητό διανύει το διάστημα από 0 έως +A/2 , και σε χρόνο t_2 από +A /2 σε +A, τότε η σχέση των χρόνων είναι:
α. $t_1 = t_2$ γ. $t_1 = \sqrt{2}\, t_2$
β. $t_1 = 2t_2$ δ. $t_2 = 2t_1$
Να επιλέξετε την σωστή απάντηση
Να την δικαιολογήσετε

34. Η εξίσωση που δίνει την ενέργεια ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή χωρητικότητας C=2μF σε ιδανικό κύκλωμα ηλεκτρικών ταλαντώσεων LC είναι $U_E = 10^{-4}συν^2(10^3 t)$ (S.I.) . Η μέγιστη τιμή της έντασης του ρεύματος στο κύκλωμα είναι ίση με:
α) 2μA β) 2mA γ) 20mA δ) 40mA

35. Οι γραφικές παραστάσεις κινητικής και δυναμικής ενέργειας ,ενός αρμονικού ταλαντωτή, σε συνάρτηση με την ταχύτητα και την απομάκρυνση φαίνονται στα παρακάτω διαγράμματα
Επιλέξατε τις σωστές απαντήσεις





i) 100j ii) 64j iii)8j

β. Η σταθερά επαναφοράς είναι

i) 50N/m ii) 100N/m iii)200N/m

γ. Το πλάτος της ταλάντωσης είναι

i) 0,4m ii) 0,8m iii) 8m

δ. Η ταχύτητα u_1είναι

i) 2m/s ii)4m/s iii) $4\sqrt{2}$ m/s

ε. Η θέση x_1 είναι

i) 0,6m ii)$0{,}4\sqrt{2}$ m iii) $0{,}4\sqrt{3}$ m

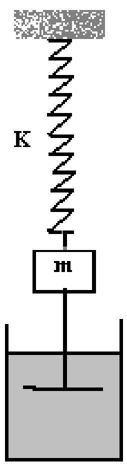
ζ. Ο χρόνος μεταξύ δύο διαδοχικών μεγιστοποιήσεων της δυναμικής ενέργειας είναι

i) π/5 s ii) π/10 s iii) π/20 s

η. Ο ελάχιστος χρόνος που μεσολαβεί από την στιγμή που η κινητική ενέργεια είναι 32 j μέχρι να γίνει μέγιστη είναι

i) π/10 s ii) π/20 s iii) π/40 s

36. Στον αρμονικό ταλαντωτή του σχήματος, εκτός από τη δύναμη επαναφοράς – kx, ενεργεί και δύναμη αντίσταση – bυ όπου b η σταθερά απόσβεσης και υ η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας της μάζας m.



α) Για τον ταλαντωτή θα ισχύει η εξίσωση
mα + Kx + bυ = 0.

β) Το πλάτος της ταλάντωσης ελαττώνεται γραμμικά με το χρόνο.

γ) Ο λόγος δύο διαδοχικών τιμών του πλάτους είναι σταθερός.

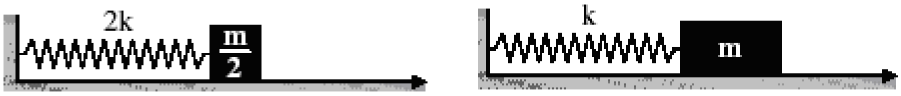
δ) Το χρονικό διάστημα που απαιτείται για να μειωθεί μια ορισμένη τιμή του πλάτους (π.χ. η Α) στο μισό της είναι σταθερό.

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας για κάθε πρόταση.

37. Ένα σώμα εκτελεί ταυτόχρονα δυο απλές αρμονικές ταλαντώσεις της ίδιας διεύθυνσης και γύρω από το ίδιο σημείο. Οι εξισώσεις των δύο ταλαντώσεων είναι: x_1= Α ημωt και x_2 = Α ημ(ωt + φ).
Να δείξετε ότι η ενέργεια του σώματος Ε δίνεται από την σχέση
$E=E_1+E_2+2\sqrt{E_1E_2}$ συνφ όπου E_1 και E_2 οι ενέργειες του σώματος αν εκτελούσε μόνο τις ταλαντώσεις 1 και 2

38. Δύο ελατήρια με σταθερές K_1 και K_2 έχουν το ίδιο φυσικό μήκος , και είναι τοποθετημένα κατακόρυφα με το πάνω τους άκρο ακλόνητα στερεωμένο Στο κάτω άκρο κρεμάμε από μια μάζα m_1 και m_2 αντίστοιχα και τις αφήνουμε σιγά σιγά μέχρι τα δύο ελατήρια να ισορροπήσουν ξανά .Παρατηρούμε ότι και πάλι τα δύο ελατήρια έχουν το ίδιο μήκος .
Αν $m_1 > m_2$ και τα δύο ελατήρια αρχίζουν να εκτελούν ταλαντώσεις του ίδιου πλάτους να συγκρίνεται
α .Τις ενέργειες των δύο ταλαντώσεων
β. Τις συχνότητες των δύο ταλαντώσεων
γ. Τις μέγιστες ταχύτητες των δύο μαζών
39. Σημειακό αντικείμενο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Η εξίσωση της απομάκρυνσης x από τη θέση ισορροπίας του είναι x=Αημ(ωt + φ).
α) Για τη συνισταμένη δύναμη που ενεργεί στο αντικείμενο ισχύει η σχέση $F = -m\omega^2 x$.
β) Η φάση της ταχύτητας υ προηγείται της φάσης της απομάκρυνσης x κατά π/2
γ) Η φάση της επιτάχυνσης α προηγείται της φάσης της απομάκρυνσης x κατά π.
δ) Η ταχύτητα υ και η δύναμη F είναι μεγέθη συμφασικά.
Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας για κάθε πρόταση.

40. Στους δύο απλούς αρμονικούς ταλαντωτές (Α) και (Β) δίνουμε την ίδια ολική



(B) (A)

ενάργεια
Με ποιο ή ποια από τα παρακάτω συμφωνείτε ή διαφωνείτε Να δικαιολογήσετε
α. Οι ταλαντωτές εκτελούν ταλάντωση ίδιου πλάτους
β. Το μέτρο της μέγιστης δύναμης επαναφοράς στον ταλαντωτή (Α) είναι διπλάσιο από το μέτρο της μέγιστης δύναμης επαναφοράς στον ταλαντωτή (Β)
γ. Οι ταλαντωτές ταλαντώνονται με την ίδια συχνότητα
δ. Το μέτρο της μέγιστης ταχύτητας του ταλαντωτή (Β) είναι $\sqrt{2}$ φορές μεγαλύτερο από το μέτρο της μέγιστης ταχύτητας του ταλαντωτή (Α)

41. Η εξίσωση που δίνει την ενέργεια ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή χωρητικότητας C=2μF σε ιδανικό κύκλωμα ηλεκτρικών ταλαντώσεων LC είναι $U_E= 10^{-4}συν^2(10^3 t)$ (S.I.) Η μέγιστη τιμή της έντασης του ρεύματος στο κύκλωμα είναι ίση με:
α) 2μΑ **β)** 2mA **γ)** 20mA **δ)** 40mA

42. Σώμα μάζας M = 2 Kg είναι δεμένο σε κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς K = 200 N/m και εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση χωρίς απόσβεση Ποια πρέπει να είναι η ελάχιστη τιμή της συχνότητας του διεγέρτη ώστε αν αυξηθεί ,το πλάτος της ταλάντωσης να μειωθεί

43. Δύο διαπασών παράγουν αρμονικούς ήχους με συχνότητες f_1=1500Hz και f_2. Ένας παρατηρητής που ακούει ταυτόχρονα τους δύο ήχους, μέσα σε χρόνο t = 10s αντιλαμβάνεται 10 μέγιστα Τότε η συχνότητα του δεύτερου διαπασών μπορεί να είναι

α) 1500,5Hz **β)** 1510Hz **γ)** 1501Hz **δ)** 1490Hz

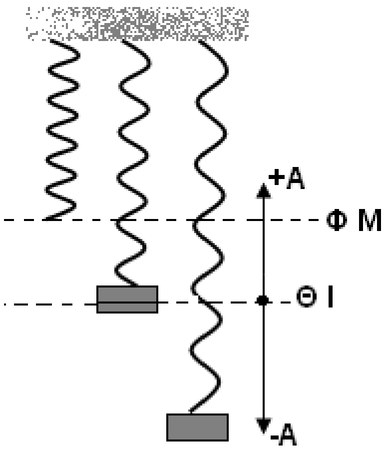
Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

44. Σώμα μάζας M είναι δεμένο σε κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς K και εκτελεί ελεύθερη ταλάντωση Αν x_1 η παραμόρφωση του ελατηρίου όταν το σώμα ισορροπεί και g η επιτάχυνση της βαρύτητας Να δειχθεί ότι η περίοδος της ταλάντωσης είναι

$T=2\pi\sqrt{\frac{x_1}{g}}$

ΛΥΜΕΝΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Σώμα μάζας m=0,5 kg είναι δεμένο στο ένα άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς K =50 N/m και ισορροπεί όπως φαίνεται στο σχήμα. Απομακρύνομαι τη μάζα από τη θέση ισορροπίας κατά την διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου κατά 0,2m προς τα κάτω και την αφήνουμε ελεύθερη
α. να δείξετε ότι το σύστημα θα εκτελεί Α.Α.Τ και να υπολογίσετε την περίοδο της
β. Πόση είναι η μέγιστη δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης;
γ. πόση είναι η μέγιστη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου;
δ. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης της μάζας από την θέση ισορροπίας της σε συνάρτηση με το χρόνο , αν για t = 0 διέρχεται από τη θέση x=0,1m κινούμενη προς την αρνητική κατεύθυνση



Λύση

α) Η απόδειξη ότι τα σύστημα ελατήριο μάζα κάνει Α.Α.Τ θα γίνει κατά τα γνωστά
β) Η δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης δίνεται από την σχέση

$U = ½ K.x^2$ Αρα $U_{max} =½ K.A^2$

γ) Έστω x_1 η αρχική παραμόρφωση του ελατηρίου
Η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου θα δίνεται από την σχέση

$U_{ελ} = ½ K.(x_1 - x)^2$ Αρα $U_{ελmax} =½ K.(x_1 + A)^2$

δ) η εξίσωση της απομάκρυνσης δίνεται από την σχέση

$x = A.ημ(ωt+φ_o)$ όπου $A = 0,2$ m , $ω = \sqrt{\frac{K}{m}} = 10$ rad/s

Άρα
$x = 0,2.ημ(10t+φ_o)$ (1) (S.I)

Για τον υπολογισμό του **$φ_o$** δουλεύουμε κατά τα γνωστά δηλαδή

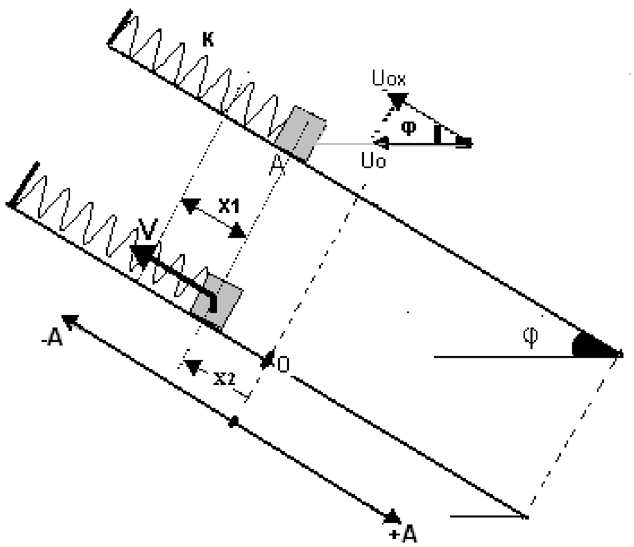
Για t=0 έχουμε $0,1 = 0,2.ημ\, φ_o$ ⇔ **$ημ\, φ_o = 1/2$**
Και αφού **$0 \le φ_o < 2π$ θα είναι $φ_o = π/6$ ή $φ_o = 5π/6$**

Γνωρίζουμε όμως ότι **για t=0 είναι U<0** άρα θα είναι συν **$φ_o$** < 0 επομένως δεχόμαστε την τιμή
$φ_o = 5π/6$

Συνεπώς η (1) γράφεται **$x = 0,2.ημ(10t+5π/6)$ (S.I)**

2. Από την κορυφή λείου κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσεως φ=30^o εξαρτάται ιδανικό ελατήριο σταθεράς Κ = 100 N/m και στο ελεύθερο άκρο συνδέεται σώμα μάζας m_1 = 2Kg . Το σύστημα ισορροπεί πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο . Ένα βλήμα μάζας m_2 = 2Kg κινείται οριζόντια με ταχύτητα υ =2m/s και συγκρούεται , ακαριαία , μετωπικά και πλαστικά με το σώμα μάζας m_1 . Το συσσωμάτωμα δεν αναπηδά.
α. Να βρείτε το πλάτος της ταλάντωσης του συσσωματώματος
β. Θεωρούμε σαν αρχή μέτρησης του χρόνου τη στιγμή της κρούσης και άξονα x΄x με θετική την κατεύθυνση προς τα πάνω . Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης του συσσωματώματος από την θέση ισορροπίας του ,σε συνάρτηση με τον χρόνο
γ. Να βρείτε το ρυθμό μεταβολής της ορμής του συσσωματώματος κατά την διεύθυνση του κεκλιμένου επιπέδου αμέσως μετά την κρούση και όταν βρίσκεται στις ακραίες θέσεις του Δίνεται g = 10 m/s^2
[Απ α) Α = 0,2 m β) x = 0,2.ημ(5t+π/6) (S.I) γ)αμέσως μετά την κρούση θα είναι -10 Ν στις ακραίες θέσεις θα είναι -20 Ν και 20 Ν]

<u>**Λύση**</u>



α) Για να υπολογίσουμε την ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση Εφαρμόζουμε το θεώρημα διατήρησης της ορμής στην πλαστική κρούση αλλά στη διεύθυνση του κεκλιμένου επιπέδου έχουμε

$Ραρ_χ = Ρτελ_χ \Leftrightarrow m_2.υ.συνφ = (m_1+ m_2).V \Leftrightarrow$
$V= m_2.υ.συνφ / (m_1+ m_2) = \sqrt{3}/2$ m/s (1)

Αμέσως μετά την κρούση το συσσωμάτωμα θα κάνει Α.Α.Τ με D=K

(αν ζητηθεί αυτή η απόδειξη οπότε θα την κάνετε αρχικά ανεξάρτητα από τα δεδομένα του προβλήματος)

Η θέση ισορροπίας της ταλάντωσης θα είναι η θέση Ο που βρίσκεται ποιο κάτω από την θέση ισορροπίας Α της μάζας Μ

Έστω x_2 η απόσταση της θέσης ισορροπίας της ταλάντωσης από την θέση Α
Αν x_1 η αρχική παραμόρφωση του ελατηρίου θα έχουμε

$K.x_1 = m_1.g.ημφ$ (2)

Για την θέση ισορροπίας Ο ισχύει

$K.(x_1+ x_2) = (m_1+ m_2).g.ημφ$ (3) **Από τις (2) , (3) έχουμε**

$x_2 = m_2.g.ημφ /K = 0,1$ m (4)

Συνεπώς στην θέση Α γνωρίζουμε την ταχύτητα και την απομάκρυνση του συσσωματώματος από την θέση ισορροπίας . Επομένως από την διατήρηση της ενέργειας στην ταλάντωση θα έχουμε

$½ D.x_2^2 +½ (m_1+ m_2).V^2 = ½ D.A^2$ (5)
όπου D=K

Η (5) με την βοήθεια των (1) και (4) μας δίνει **A = 0,2 m**

β) Η εξίσωση της ταλάντωσης θα είναι της μορφής

$x=A.ημ (ω.t + φ_o)$

Όπου **A = 0,2 m** και **$ω = \sqrt{\frac{K}{m_1+m_2}}$ = 5 rad/s**

$x = 0,2.ημ(5.t+ φ_o)$ (6) (S.I)

Για τον υπολογισμό του **$φ_o$** δουλεύουμε κατά τα γνωστά δηλαδή αν θεωρήσουμε σαν θετική την προς τα πάνω φορά τότε για t = 0 είναι x=0,1 και U > 0

Για t=0 η (6) ⇔ 0,1 =0,2.ημ **$φ_o$** ⇔ ημ **$φ_o$** =1/2

Και αφού **$0 \le φ_o < 2π$ θα είναι $φ_o =π/6$ ή $φ_o = 5π/6$**

Γνωρίζουμε όμως ότι **για t=0 είναι U > 0** άρα θα είναι συν**$φ_o$** > 0 επομένως δεχόμαστε την τιμή
$φ_o$ =π/6

Συνεπώς η (6) γράφεται **x = 0,2.ημ(5t+π/6) (S.I)**

γ) ο ρυθμός μεταβολής της ορμής **dP/dt** είναι ίσος με την συνισταμένη δύναμη που δέχεται το σώμα δηλαδή

dP/dt = ΣF = -D.x

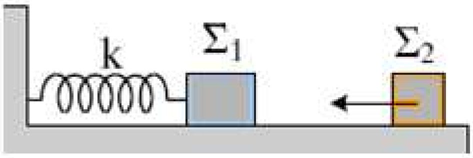
Άρα αμέσως μετά την κρούση θα είναι

$dP/dt = -D. x_2 = -10$ N

Ενώ στις ακραίες θέσεις θα είναι

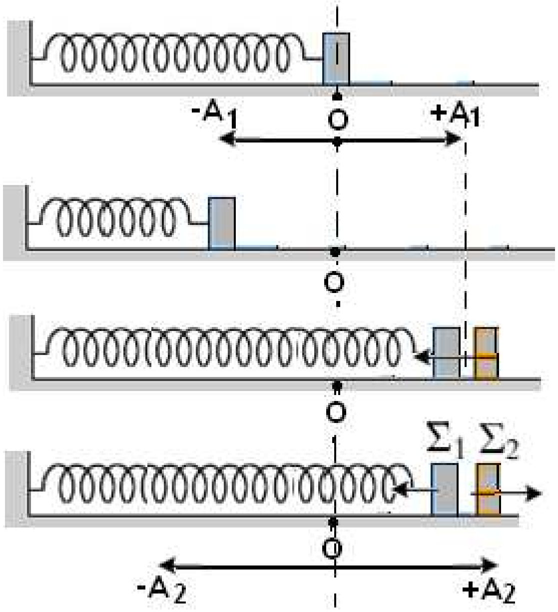
dP/dt = -D. A = -20 N και dP/dt = -D.(- A) = 20 N

3. Ένα σώμα $Σ_1$ μάζας m_1=8kg ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο δεμένο στο άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς K=200N/m.
Συσπειρώνουμε το ελατήριο μετακινώντας το σώμα κατά A_1=0,3m και για t=0 το αφήνουμε να ταλαντωθεί. Τη χρονική στιγμή t_1=0,2π s το σώμα $Σ_1$ συγκρούεται μετωπικά με δεύτερο σώμα $Σ_2$ μάζας m_2=2kg το οποίο κινείται προς τα αριστερά με ταχύτητα μέτρου $υ_2$=5m/s. Αν μετά την κρούση το σώμα $Σ_2$ κινείται προς τα δεξιά με ταχύτητα μέτρου $υ_2'$=3m/s, ζητούνται:
α) Η ταχύτητα του σώματος $Σ_1$ πριν και μετά την κρούση.
β) Το πλάτος της ταλάντωσης μετά την κρούση.



ΛΥΣΗ

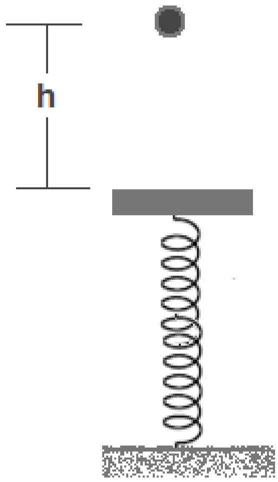
Η περίοδος των ταλαντώσεων της μάζας m_1 είναι $T=2π\sqrt{\frac{m_1}{K}}$ =0,4π s Επομένως οι δύο μάζες θα συγκρουστούν όταν η m_1 βρεθεί στη θέση $+A_1$



Αφού t_1=0,2π s =T/2
Συνεπώς η ταχύτητα της m_1 πριν την κρούση θα είναι μηδέν
Εφαρμόζουμε την ΑΔΟ στην κρούση $\mathbf{P_{αρχ} = P_{τελ}}$
⇔ $m_2 . υ_2 = m_1 . υ_1 - m_2 . υ_2'$ ⇔ $υ_1$=2m/s

Μετά την κρούση η m_1 θα κάνει ΑΑΤ με την ίδια θέση ισορροπίας και πλάτος A_2 Από την ΑΔΕΤ έχουμε
K+U (αμέσως μετά την κρούση) = Ετ
$\frac{1}{2} m_1 . υ_1^2 + \frac{1}{2} K . A_1^2 = \frac{1}{2} K A_2^2$ ⇔ A_2=0,5m

4. Σώμα μάζας m=1Kg αφήνετε να πέσει από ύψος h=0,15m πάνω από δίσκο ίσης μάζας που είναι στερεωμένος στην κορυφή κατακόρυφου ελατηρίου και ισορροπεί , όπως στο σχήμα Αν η κρούση είναι πλαστική και μετά την κρούση το συσσωμάτωμα εκτελεί ΑΑΤ με μια ακραία θέση την θέση του φυσικού μήκους του ελατηρίου $g=10m/s^2$



Α. Να βρεθούν

α. Η ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση

β. Η περίοδος των ταλαντώσεων του συσσωματώματος

γ. Η μέγιστη ταχύτητα που θα αποκτήσει το συσσωμάτωμα

Β. Αν θεωρήσουμε χρονική στιγμή μηδέν την στιγμή της κρούσης και σαν θετική φορά την προς τα πάνω

α. Να γραφεί η εξίσωση της απομάκρυνσης της ΑΑΤ με τον χρόνο

β. Να γράψετε την συνάρτηση της συνισταμένης δύναμης που δέχεται το συσσωμάτωμα , καθώς και της δύναμης του ελατηρίου σε συνάρτηση με την απομάκρυνση και να τις παραστήσετε γραφικά σε κοινό διάγραμμα Δύναμης – απομάκρυνσης

γ. Να εκφράσετε την κινητική ενέργεια του συσσωματώματος σε συνάρτηση με την απομάκρυνση και να την παραστήσετε γραφικά

[Απ Α α. $V=\frac{\sqrt{3}}{2}$ m/s β. 0,2π s γ. 1m/s Β α. x =0,1ημ(10t+ 5π/6) (S.I) Β. ΣF=-200.x (S.I), $F_{ελ}$=20-200x(S.I) γ. $K=1-100x^2$ (S.I)]

ΛΥΣΗ

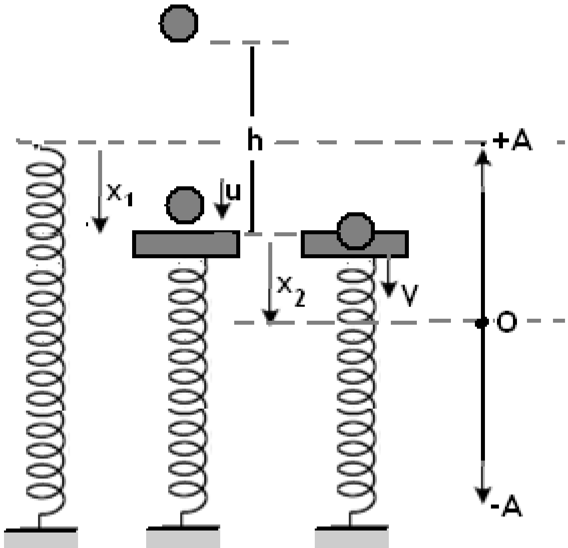
Αρχικά υπολογίζουμε την **ταχύτητα u** με την οποία η μάζα m θα συγκρουστεί με τον δίσκο

Από το ΘΜΚΕ για την κίνηση της m αμέσως μετά που αφεθηκε ελεύθερη μέχρι λίγο πριν την κρούση έχουμε

ΔΚ = ΣW ⇔ $K_t - K_a = Ww$ ⇔

$\frac{1}{2} m. u^2 - 0 = m.g.h$ ⇔

$u= \sqrt{2.g.h} = \sqrt{3}$ m/s



Από την ΑΔΟ στην πλαστική κρούση έχουμε

$P_{αρχ} = P_{τελ}$ ⇔ m. u = (m+m).V ⇔ $V= \frac{\sqrt{3}}{2}$ m/s

Αμέσως μετά την κρούση το συσσωμάτωμα θα κάνει Α.Α.Τ με D=K

και θέση ισορροπίας τη θέση Ο που βρίσκεται ποιο κάτω από την αρχική θέση ισορροπίας κατά **x_2**

Αν x_1 η αρχική παραμόρφωση του ελατηρίου θα έχουμε

$K. x_1 = m.g$ (1)

Για την θέση ισορροπίας Ο ισχύει

$K.(x_1+ x_2) = (m+ m).g$ (2) από τις (1) και (2) ⇔ **$x_1 = x_2 = \frac{m.g}{K}$ = 0,05m**

Αφού η μια ακραία θέση της ταλάντωσης είναι η θέση του Φυσικού μήκους , το πλάτος της ταλάντωσης θα είναι $A= x_1+ x_2 =2 \frac{m.g}{K}$ (3)

Επομένως από την διατήρηση της ενέργειας στην ταλάντωση θα έχουμε

$U+K=E_\tau \Leftrightarrow \frac{1}{2} K.x_2^2 + \frac{1}{2}(2m).V^2 = \frac{1}{2} K.A^2 \Leftrightarrow$

$\frac{1}{2} K.\left(\frac{m.g}{K}\right)^2 + \frac{1}{2}(2m).V^2 = \frac{1}{2} K.\left(2\frac{m.g}{K}\right)^2 \Leftrightarrow$ <u>$K = 200$ N/m</u>

Οπότε από την (3) Προκύπτει ότι <u>$A= 0{,}1m$ και $x_1 = x_2 = 0{,}05m$</u>
Η περίοδος των ταλαντώσεων του συσσωματώματος θα είναι

$$\boxed{T=2\pi\sqrt{\frac{2m}{K}} = 0{,}2\pi \text{ s}}$$

Η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης θα είναι <u>$V_{max}=\omega.A= 1m/s$</u>

Η εξίσωση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης θα είναι της μορφής

$x=A.\eta\mu(\omega.t + \varphi_o)$

Όπου **$A = 0{,}1$ m** και **$\omega = 2\pi/T = 10$ rad/s**

$x = 0{,}1.\eta\mu(10.t+ \varphi_o)$ (4) (S.I)

Για τον υπολογισμό του **φ_o** δουλεύουμε κατά τα γνωστά δηλαδή αν θεωρήσουμε σαν θετική την προς τα πάνω φορά τότε για $t = 0$ είναι $x=x_2=0{,}05m$ και $U <0$

Για $t=0$ η (4) $\Leftrightarrow$ $0{,}05 = 0{,}1.\eta\mu\, \varphi_o$ $\Leftrightarrow$ $\eta\mu\, \varphi_o = 1/2$

Και αφού **$0 \le \varphi_o < 2\pi$ θα είναι $\varphi_o = \pi/6$ ή $\varphi_o = 5\pi/6$**

Γνωρίζουμε όμως ότι **για $t=0$ είναι $\upsilon < 0$** άρα θα είναι συν**φ_o** <0 επομένως δεχόμαστε την τιμή **φ_o** $=5\pi/6$

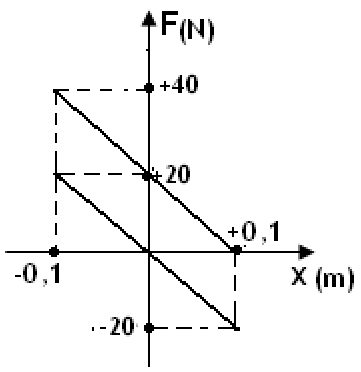
<u>Συνεπώς η (4) γράφεται **$x = 0{,}1.\eta\mu(10t+5\pi/6)$ (S.I)**</u>

<u>Η συνισταμένη δύναμη που δέχεται το συσσωμάτωμα είναι</u>

$\Sigma F = -Kx \Leftrightarrow$ <u>$\Sigma F = -200\,x$ (SI) με $-0{,}1 \le x \le 0{,}1$</u>

<u>Είναι όμως</u>

$\Sigma F = F_{\varepsilon\lambda} - 2mg$ Άρα $F_{\varepsilon\lambda} - 2mg = -Kx \Leftrightarrow$ <u>$F_{\varepsilon\lambda} - 20 = -200\,x$ (SI) με $-0{,}1 \le x \le 0{,}1$</u>

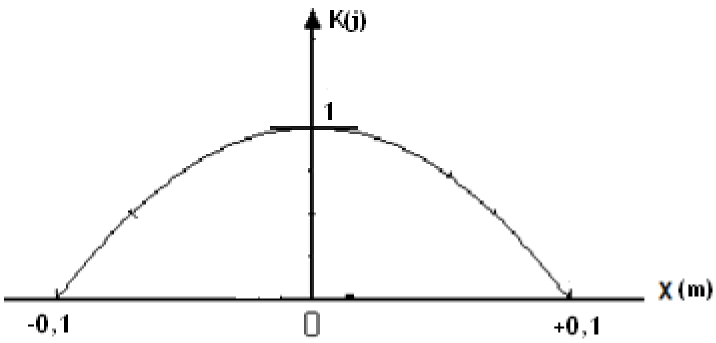


Γραφικές παραστάσεις

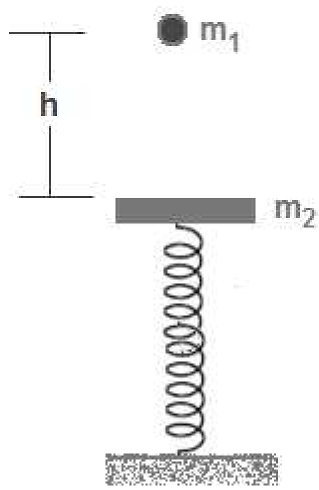
Κινητική ,ενέργεια συναρτήσει της απομάκρυνσης x

$E = ½\ D.A^2 = ½\ K\ A^2 = 1\ j$

$K = ½\ m.υ^2 = E - ½\ D.x^2$ ⇔ $K = 1\text{-}100\ x^2$ (SI) με $-0,1 \le x \le 0,1$



5. Ένα ελατήριο βρίσκεται σε κατακόρυφη θέση με το ένα άκρο του στερεωμένο σε οριζόντιο δάπεδο Πάνω στο ελατήριο είναι τοποθετημένος δίσκος μάζας m_2 και το σύστημα ισορροπεί με το ελατήριο συσπειρωμένο Κατά την διάρκεια της συσπείρωσης η δύναμη του ελατηρίου μεταβάλλεται με τέτοιο τρόπο ώστε σε κάθε 10cm συσπείρωσης η δύναμη να αυξάνει κατά 10Ν
Στη συνέχεια από ύψος h=3,2m πάνω από τον δίσκο αφήνετε να πέσει ελεύθερα ελαστική σφαίρα μάζας m_1=1Kg , η οποία συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με τον δίσκο , αμέσως μετά την κρούση ο λόγος των ταχυτήτων των δύο μαζών είναι $\frac{υ_1}{υ_2}$ =-1,5.



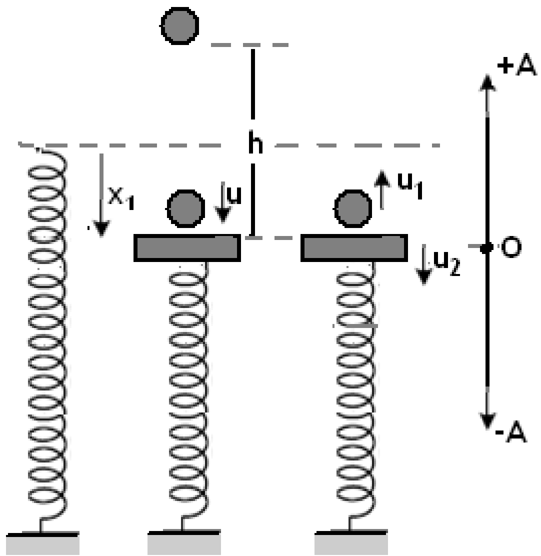
α. Πόση είναι η σταθερά K του ελατηρίου και πόση η μάζα m_2. Πόση ενέργεια αποθηκεύτηκε στο ελατήριο όταν τοποθετήσαμε τον δίσκο πάνω του
β. Να γραφούν οι εξισώσεις απομάκρυνσης και ταχύτητας της ΑΑΤ με τον χρόνο και να κάνετε τις γραφικές παραστάσεις (θεωρήστε σαν θετική φορά την προς τα πάνω)
γ. Να βρεθεί η ενέργεια της ταλάντωσης
δ. Να γράψετε τις εξισώσεις της δυναμικής και της κινητικής ενέργειας της ταλάντωσης με τον χρόνο και να τις παραστήσετε γραφικά
ε. Να γράψετε τις εξισώσεις της δυναμικής και της κινητικής και ολικής ενέργειας της ταλάντωσης με την απομάκρυνση και να τις παραστήσετε γραφικά

[Απ α. K=100N/m , m_2=4Kg ,U=8j β. x =0,64 ημ(5t + π) (S.I) υ=0,64 ημ(5t + π) (S.I) γ. E_T=20,48j δ. U= 20,48 $ημ^2$(5t + π) (S.I) K= 20,48 $συν^2$(5t + π) (S.I) ε. U=50x^2 K=20,48-50x^2]

ΛΥΣΗ

Αφού για κάθε 10cm =0,1m συσπείρωσης η δύναμη να αυξάνει κατά 10N
Θα είναι $\Delta F = K.\Delta x \Leftrightarrow$ **K= 100 N/m**

υπολογίζουμε την **ταχύτητα u** με την οποία η μάζα m θα συγκρουστεί με τον δίσκο
Από το ΘΜΚΕ για την κίνηση της m_1 αμέσως μετά που αφεθηκε ελεύθερη μέχρι λίγο πριν την κρούση έχουμε
ΔΚ = ΣW $\Leftrightarrow K_t - K_a = Ww \Leftrightarrow$
$\frac{1}{2} m_1 u^2 - 0 = m_1.g.h \Leftrightarrow$
$u = \sqrt{2.g.h} = 8$ m/s



Αφού η κρούση είναι ελαστική οι ταχύτητες των μαζών αμέσως μετά την κρούση θα δίνονται από τις σχέσεις

$\upsilon_1 = \frac{m1-m2}{m1+m2} u$ **(1) και** $\upsilon_2 = \frac{2m1}{m1+m2} u$ **(2)**

Γνωρίζουμε ότι $\upsilon_1/\upsilon_2 = -1,5 \Leftrightarrow \frac{m1-m2}{2m1} = -1,5 \Leftrightarrow m_1 - m_2 = -3m_1$

$\Leftrightarrow 4m_1 = m_2 \Leftrightarrow$ **m_2 = 4Kg**

Η αρχική παραμόρφωση του ελατηρίου θα είναι x_1

$K.x_1 = m_2.g \Leftrightarrow x_1 = \frac{m2.g}{K} = 0,4m$
Συνεπώς η ενέργεια που αποθηκεύτηκε στο ελατήριο όταν τοποθετήσαμε τον δίσκο πάνω του, θα είναι
$U_{\varepsilon\lambda} = \frac{1}{2} K.x_1^2 = 8j$

Αμέσως μετά την κρούση ο δίσκος θα κάνει Α.Α.Τ με D=K και θέση ισορροπίας , την αρχική θέση ισορροπίας Ο
Από την διατήρηση της ενέργειας στην ταλάντωση θα έχουμε
$\frac{1}{2} m_2.\upsilon_2^2 = \frac{1}{2} K.A^2$ **(3)**
Από την (2) προκύπτει ότι $\upsilon_2 = 3,2$ m/s
Οπότε η (3) → A= 0,64m

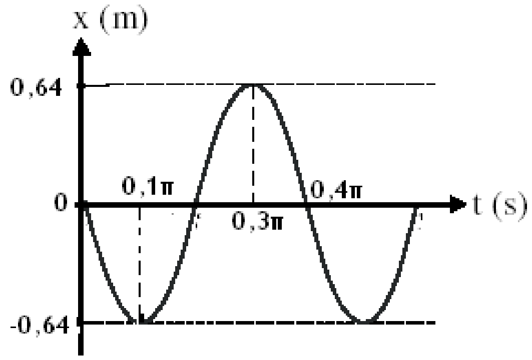
Η εξίσωση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης θα είναι της μορφής

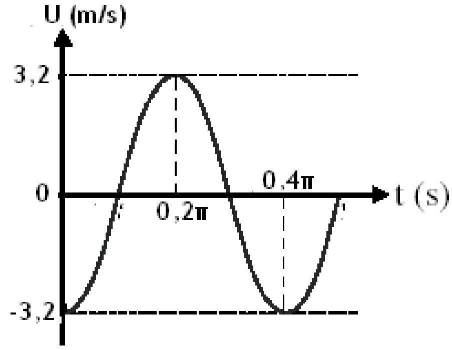
$x = A.\eta\mu(\omega.t + \phi_o)$
με A= 0,64m , $\omega = \sqrt{\frac{K}{m2}}$ **=5rad/s και ϕ_0 =π αφού για t=0 το σώμα βρίσκεται στη θέση ισορροπίας με αρνητική ταχύτητα**

Άρα x = 0,64 ημ(5t + π) (SI)

και $\upsilon = \upsilon_{max}\sigma\upsilon\nu(\omega.t + \phi_o)$ **,με** $\upsilon_{max} = \omega A = 3,2 m/s$

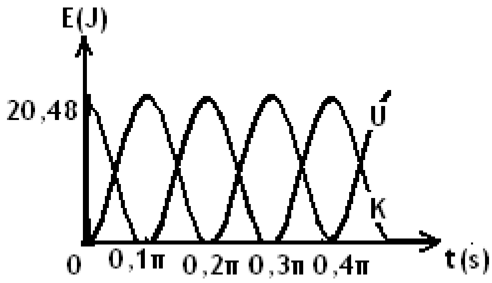
Άρα υ = 3,2 συν(5t + π) (SI)





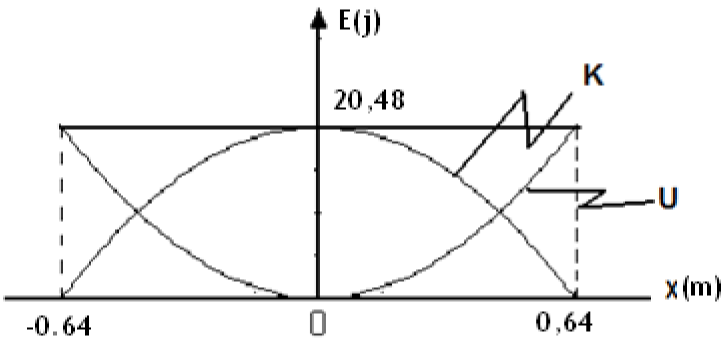
E_T = **½ D.A^2 = ½ K.A^2 ⇔ E_T=20,48j**
Είναι όμως
K = E_τ συν^2 (ωt+φ_0) και U = E_τ ημ^2 (ωt+φ_0) Άρα
<u>K= 20,48 συν^2(5t + π) (S.I) και U= 20,48 ημ^2(5t + π) (S.I)</u>

Για την παραπάνω περίπτωση οι γραφικές παραστάσεις των K , U σε συνάρτηση με τον χρόνο είναι



<u>Κινητική , Δυναμική και ολική ενέργεια συναρτήσει της απομάκρυνσης x</u>

E = ½ D.A^2 = 20,48j
U = ½ D.x^2 ⇔ U=50x^2 (S.I) με 0,64 ≤ x ≤ 0,64
K = ½ m.U^2 = E - ½ D.x^2 ⇔ K=20,48 – 50.x^2 (S.I) με 0,64 ≤ x ≤ 0,64



6. Σώμα μάζας M=2kg είναι κρεμασμένο στο κάτω άκρο ελατηρίου με σταθερά ελατηρίου K= 400 N/m. Το πάνω άκρο του ελατηρίου είναι ακλόνητα στερεωμένο και το σύστημα ελατηρίου-μάζας ισορροπεί. Βλήμα μάζας m κινείται κατακόρυφα προς τα πάνω με ταχύτητα u και συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά στο κάτω άκρο της μάζας M. Η ορμή του βλήματος ακριβώς πριν την κρούση ήταν p_1= 20 kg m /s ενώ μετά την κρούση έγινε p_2= 10 kg m /s. Το συσσωμάτωμα μετά την κρούση εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. (δίνεται g = 10 m/s^2)

Να βρεθούν

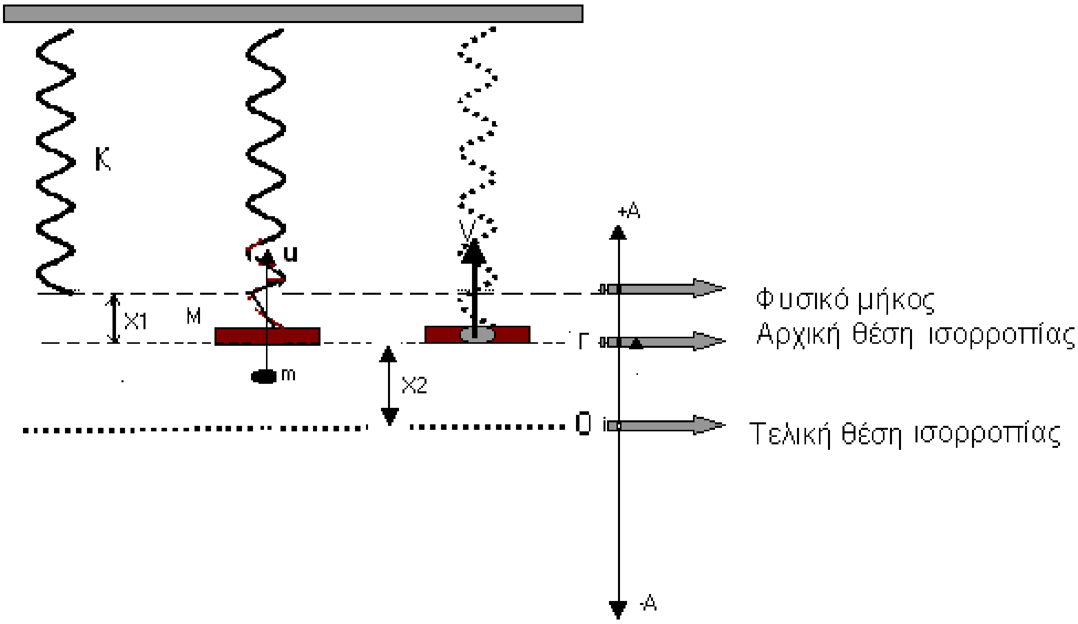
α) η μάζα του βλήματος m

β) η ταχύτητα του συσσωματώματος ακριβώς μετά την κρούση

γ) η ενέργεια που μετατρέπεται σε θερμότητα κατά την κρούση

δ) την περίοδο της κατακόρυφης ταλάντωσης του συστήματος

ε) το πλάτος της κατακόρυφης ταλάντωσης του συστήματο



Έστω V η ταχύτητα του συσσωματώματος μετά την κρούση Θα είναι

p_1= m.u και p_2= m.V

Από το θεώρημα διατήρησης της ορμής στην πλαστική κρούση έχουμε

$P_{αρχ} = P_{τελ} \Leftrightarrow$ m. u = (M+m).V $\Leftrightarrow$ m. u = M.V+m.V $\Leftrightarrow p_1$ = M.V + p_2 $\Leftrightarrow$ **<u>V=5m/s</u>**

Οπότε από τις σχέσεις p_1= m.u και p_2= m.V προκύπτει ότι **<u>m=2Kg και u=10m/s</u>**

η ενέργεια που μετατρέπεται σε θερμότητα κατά την κρούση , είναι ίση με την απώλεια της κινητικής ενέργειας του συστήματος κατά την κρούση
$K_{αρχ}$ = ½ m.u^2 = 100j , $K_{τελ}$=½ (m+M).V^2 = 50j άρα Q=50j

T=2π$\sqrt{\frac{m+M}{K}}$ =0,2π s

Αμέσως μετά την κρούση το συσσωμάτωμα θα κάνει Α.Α.Τ με D=K
Η θέση ισορροπίας της ταλάντωσης θα είναι η θέση O που βρίσκεται ποιο κάτω από την θέση ισορροπίας Γ της μάζας M
Έστω x_2 η απόσταση της θέσης ισορροπίας της ταλάντωσης από την θέση Γ

Αν x_1 η αρχική παραμόρφωση του ελατηρίου θα έχουμε

$K \cdot x_1 = M \cdot g$ (1)

Για την θέση ισορροπίας Ο ισχύει

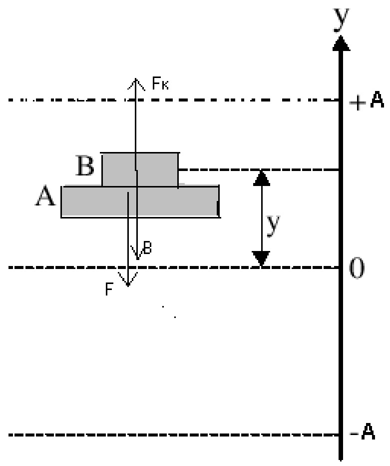
$K \cdot (x_1 + x_2) = (M+m) \cdot g$ (1) **Από τις (2) , (1) έχουμε**

$x_2 = m \cdot g/K = 0{,}05m$ (3)

Συνεπώς στην θέση Γ γνωρίζουμε την ταχύτητα και την απομάκρυνση του συσσωματώματος από την θέση ισορροπίας .Επομένως από την διατήρηση της ενέργειας στην ταλάντωση θα έχουμε

$½ D \cdot x_2^2 + ½ (m+M) \cdot V^2 = ½ D \cdot A^2 \Leftrightarrow A \approx 0{,}5m$
όπου D=K

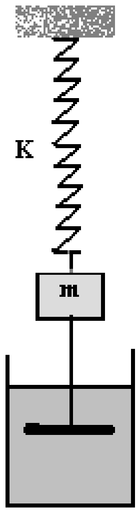
7.Τα δύο σώματα Α και Β που δείχνει το σχήμα είναι τοποθετημένα το ένα πάνω στο άλλο και εκτελούν κατακόρυφη απλή αρμονική ταλάντωση με περίοδο T= 2 s και πλάτος Α = 0,25 m .Το σώμα Β έχει μάζα m = 0,2 Kg
α. Να βρείτε τη δύναμη που ασκεί το σώμα Β στο σώμα Α στις θέσεις
i) y =0 , ii) y = - 0,25 m , iii) y = + 0,25 m
β. Για ποια τιμή του πλάτους ταλάντωσης το σώμα Β θα εγκαταλείψει το σώμα Α, όταν η περίοδος της ταλάντωσης είναι T=2s;
γ. Ποια είναι η μέγιστη συχνότητα της ταλάντωσης για την οποία το σώμα Β δεν θα εγκαταλείψει το σώμα Α , όταν το πλάτος της ταλάντωσης είναι 0,25 m
Δίνονται $g = 10\ m/s^2$ και $\pi^2 = 10$



__**Λύση**__
Οι δυνάμεις που δέχεται το σώμα Β είναι το βάρος του Β και η Fκ .
Συνεπώς το σώμα Α θα δέχεται από το σώμα Β δύναμη F με F = -Fκ
Το σώμα Β κάνει Α.Α.Τ άρα θα είναι
$\Sigma F = -D \cdot y = -m \cdot \omega^2 \cdot y$ (1) **με $\omega = 2\pi/T$**
σαν θετική φορά θεωρούμε την προς τα πάνω όπως φαίνεται και στο σχήμα
άρα η (1) γράφεται
$F\kappa - m \cdot g = -m \cdot \omega^2 \cdot y \Leftrightarrow F\kappa = m \cdot g - m \cdot \omega^2 \cdot y$ και αφού $F = -F\kappa$ θα είναι
$F = m \cdot \omega^2 \cdot y - m \cdot g$ (2)
Η (2) αν στη θέση του y βάλουμε τις αντίστοιχες τιμές που μας δίνονται μας απαντά το (α) ερώτημα
(β) Το σώμα Β θα εγκαταλείψει το Α όταν γίνει **Fκ = 0**
Έχουμε
$F\kappa = m \cdot g - m \cdot \omega^2 \cdot y$ άρα αν Α το ζητούμενο πλάτος θα είναι
$m \cdot g - m \cdot \omega^2 \cdot A = 0 \Leftrightarrow A = g/\omega^2 = 1m$
(γ) για να μην εγκαταλείψει το σώμα Β το σώμα Α πρέπει **$F\kappa \geq 0$** για κάθε τιμη της συχνότητας f δηλαδή πρέπει
$m \cdot g - m \cdot \omega^2 \cdot A \geq 0 \Leftrightarrow \omega^2 \leq g/A \Leftrightarrow \omega \leq \sqrt{g/A} \Leftrightarrow 2\pi f \leq \sqrt{g/A}$

$f \leq \dfrac{\sqrt{g/A}}{2\pi}$ άρα η μέγιστη συχνότητα είναι $f = \dfrac{\sqrt{g/A}}{2\pi}$

8. Στο ελεύθερο άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς K εξαρτάται σώμα μάζας m=1Kg από το οποίο κρεμάμε , με ένα λεπτό άκαμπτο σύρμα αμελητέας μάζας , μια μεταλλική πλάκα ίσης μάζας με το σώμα την οποία βυθίζουμε σε ένα υγρό όπως φαίνεται στο σχήμα Το άνω άκρο του ελατηρίου είναι ακλόνητα στερεωμένο και η άνωση που δέχεται η πλάκα από το υγρό είναι αμελητέα Όταν το σύστημα ισορροπεί το ελατήριο έχει αποθηκευμένη ενέργεια U=2j Ανυψώνουμε το σώμα μέχρι το ελατήριο να αποκτήσει το φυσικό του μήκος και το αφήνουμε ελεύθερο Το σύστημα τότε εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση . Μετά από 20 πλήρεις ταλαντώσεις η ενέργεια της ταλάντωση έχει γίνει 0,5 j Αν η δύναμη απόσβεσης είναι της μορφής F= - b.u



Α . α) Να γραφεί η εξίσωση του πλάτους της ταλάντωσης σε συνάρτηση με τον χρόνο Καθώς και η εξίσωση της ενέργειας της ταλάντωση σε συνάρτηση με τον χρόνο Να θεωρήσετε ότι η συχνότητα της ταλάντωσης είναι ίση με την ιδιοσυχνότητα του συστήματος

β) σε πόσο χρόνο η ενέργεια της ταλάντωσης θα μειωθεί κατά 15/16

Β. Μετά από 40 ταλαντώσεις σπάει το άκαμπτο σύρμα που συγκρατεί την μεταλλική πλάκα οπότε το σώμα συνεχίζει να ταλαντώνεται εκτελώντας αμείωτες ταλαντώσεις Αν θεωρήσουμε σαν χρονική στιγμή μηδέν την στιγμή που σπάει το σύρμα και σαν θετική την προς τα πάνω φορά

α) Να γραφεί η εξίσωση της απομάκρυνσης της μάζας m και να παρασταθεί γραφικά

β) Να γραφεί η σχέση που δίνει την κινητική ενέργεια της μάζας m σε συνάρτηση με την απομάκρυνση , μετά που έσπασε το σύρμα, και να παρασταθεί γραφικά

γ) Ποιος είναι ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώματος όταν αυτό βρίσκεται στις ακραίες θέσεις της ταλάντωσης του Δίνεται $g=10m/s^2$

ΛΥΣΗ

Έστω x_1 η παραμόρφωση του ελατηρίου όταν αυτό ισορροπεί Θα είναι

$K.x_1=2m.g$ (1)

και αφού τότε το ελατήριο έχει υποθηκευμένη ενέργεια 2j θα είναι

$½K.x_1^2=2$ (2)

Από το σύστημα των (1) και (2) προκύπτει **K=100N/m και $x_1=0,2m$**

Αφού στη συνέχεια ανυψώσαμε το σώμα μέχρι το φυσικό μήκος θα είναι

$A_0 = x_1 \Leftrightarrow A_0 = 0,2m$

Μετά από 20 πλήρεις ταλαντώσεις η ενέργεια της ταλάντωση έχει γίνει 0,5 j

Άρα μετά από χρόνο 20.Τ το πλάτος θα είναι Α΄: $½ K.A'^2=0,5 \Leftrightarrow A'=0,1m$

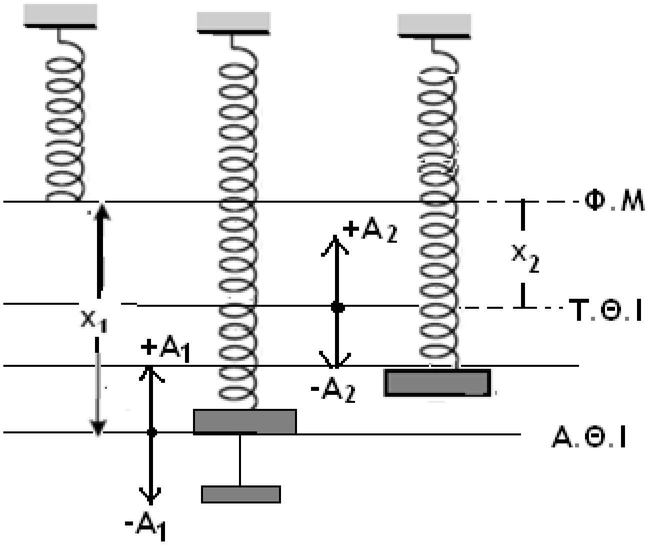
Δηλαδή ο χρόνος υποδιπλασιασμού του πλάτους είναι $T_{1/2}=20.T$

Η περίοδος της ταλάντωσης είναι **$T=2\pi\sqrt{\frac{2m}{K}}=0,2\pi\sqrt{2}$s**

Άρα $\frac{ln2}{\Lambda}$ =**20. 0,2π $\sqrt{2}$ ⇔ $\Lambda = \frac{ln2}{4\pi\sqrt{2}}$ s^{-1} Συνεπώς**

$A=0,2.e^{-\Lambda.t}$ (SI) και$E=E_0.e^{-2\Lambda t}$ με $E_0 = 2j$

Για να μειωθεί η ενέργεια κατά **15/16** πρέπει να γίνει ίση με το **1/16** της αρχικής **επομένως** το πλάτος της ταλάντωσης να γίνει **A_0/4** Άρα μετά από 2 χρόνους υποδιπλασιασμού Δηλαδή μετά από **40Τ=40 0,2π $\sqrt{2}$ s=8π $\sqrt{2}$ s**



Όταν σπάσει το σύρμα το σώμα θα βρίσκεται στη θέση +A_1 όπου A_1 το πλάτος της ταλάντωσης εκείνη τη στιγμή

Θα είναι $A_1=A_0/4=0{,}05$m

Επειδή στη θέση +A_1 το σώμα είναι ακίνητο , το νέο πλάτος των ταλαντώσεων θα είναι ίσο με την απόσταση της θέσης +A_1 από την νέα θέση ισορροπίας

Αν x_2 η παραμόρφωση του ελατηρίου στη νέα θέση ισορροπίας θα είναι

$K.x_2=m.g \Leftrightarrow x_2 = m.g/K = 0{,}1$m

Η απόσταση από τη θέση του φυσικού μήκους της θέσης +A_1είναι

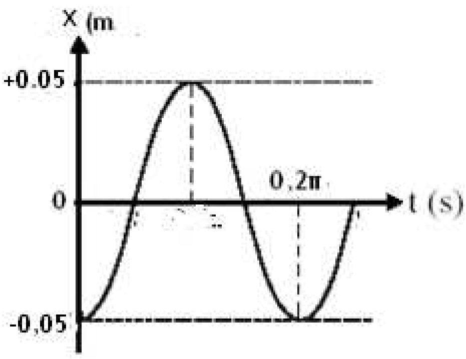
$d = x_1 – A_1 = 0{,}15$m

Το νέο πλάτος των ταλαντώσεων θα είναι $A_2=d-x_2=0{,}5$m και την χρονική στιγμή μηδέν το σώμα θα βρίσκεται στη θέση –A_2

Ενώ η νέα γωνιακή συχνότητα θα είναι ω= $\sqrt{\frac{K}{m}}$ = 10 rad/s

Συνεπώς η εξίσωση της απομάκρυνσης με το χρόνο θα είναι

$x = 0{,}05$ ημ(10.t +3π/2) (SI)

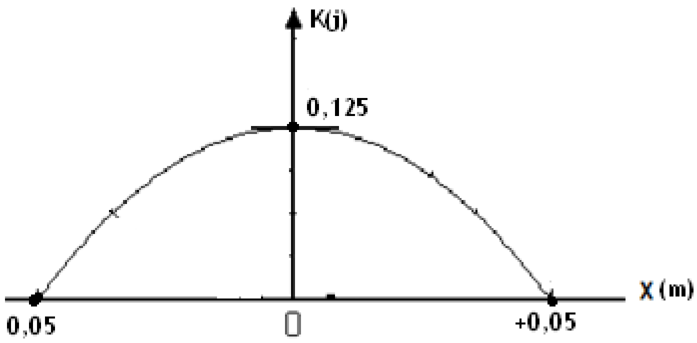


Κινητική ,ενέργεια συναρτήσει της απομάκρυνσης x

Η ενέργεια της ταλάντωσης την στιγμή που σπάει το σύρμα είναι

$E = ½ D.A_2^2 = 0{,}125$ j

$K = E - ½ D.x^2 \Leftrightarrow$ $K = 0{,}125-50 x^2$ (SI) με $-0{,}05 \leq x \leq 0{,}05$



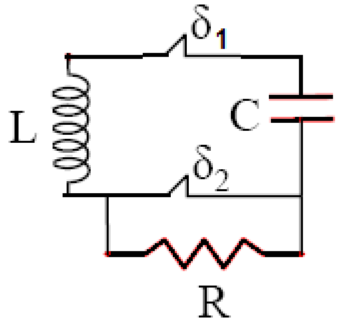
γ) ο ρυθμός μεταβολής της ορμής **dP/dt** είναι ίσος με την συνισταμένη δύναμη που δέχεται το σώμα δηλαδή

dP/dt = ΣF = -D.x

στις ακραίες θέσεις θα είναι

dP/dt = -D. A_2 = -5 N   και   dP/dt = -D.(- A_2) = 5N

9. Για το διπλανό κύκλωμα δίνονται L=0,01H, C=100μF, το πηνίο είναι ιδανικό και ο πυκνωτής είναι φορτισμένος από τάση V=100 V
Αρχικά ο διακόπτης δ_2 είναι κλειστός και ο δ_1ανοικτός . Την χρονική στιγμή t=0 κλείνουμε και τον διακόπτη δ_1 , με αποτέλεσμα να έχουμε αμείωτες ηλεκτρικές ταλαντώσεις στο κύκλωμα LC



Α. α. Να γραφεί η εξίσωση του φορτίου του πυκνωτή καθώς και της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα σε συνάρτηση με τον χρόνο
β. Ποια χρονική στιγμή η ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή γίνεται για πρώτη φορά ίση με την ενέργεια του μαγνητικού πεδίου
Β. Την χρονική στιγμή t_1 =2π s ανοίγουμε τον διακόπτη δ_2 οπότε το κύκλωμα αρχίζει να εκτελεί φθίνουσες ταλαντώσεις Αν την χρονική στιγμή t_2 =4π s το ποσό της θερμότητας που έχει εκλυθεί από την αντίσταση R είναι Q=0,375 j
α. Να βρεθεί η σταθερά απόσβεσης των ηλεκτρικών ταλαντώσεων
β. Ποια χρονική στιγμή το μέγιστο φορτίο στον πυκνωτή θα είναι Q = 25.10^{-4}Cb
Θεωρήστε ότι η περίοδος των ηλεκτρικών ταλαντώσεων δεν αλλάζει με το άνοιγμα του διακόπτη δ_2
ΛΥΣΗ

Ο πυκνωτής θα έχει αρχικά φορτίο
Q=C.V=0,01Cb
Η γωνιακή συχνότητα των ηλεκτρικών ταλαντώσεων θα είναι
$\omega=\frac{1}{\sqrt{LC}}=10^3$ rad/s
Η μέγιστη ένταση του ρεύματος στο κύκλωμα θα είναι
I = ω.Q=10A
Οι εξισώσεις που θα δίνουν το φορτίο του πυκνωτή και την ένταση του ρεύματος σε συνάρτηση με τον χρόνο θα είναι

q=Q.συνωt =0,01συν1000t (SI) (1) και

i=-I.ημωt = -10ημ1000t (SI) (2)

$U_E = U_B \Leftrightarrow U_E = E-U_E \Leftrightarrow 2\,U_E = E \Leftrightarrow 2.\frac{1}{2}.\frac{q^2}{C} = \frac{1}{2}.\frac{Q^2}{C} \Leftrightarrow q = \frac{Q}{\sqrt{2}}$

Δηλαδή όπως προκύπτει από την (1) για πρώτη φορά θα συμβεί αυτό όταν 1000t=π/4
⇔ t=π/4000 s

Η αρχική ενέργεια των ηλεκτρικών ταλαντώσεων είναι $E=\frac{1}{2}.\frac{Q^2}{C}$ **=0,5j**
Σε χρόνο $\Delta t=t_2 - t_1$ =2π s το ποσό της θερμότητας που έχει εκλυθεί από την αντίσταση R είναι Q=0,375 j
Άρα η ενέργεια της ταλάντωσης θα είναι τότε **E΄=E-Q=0,125j**
συνεπώς το μέγιστο φορτίο του πυκνωτή θα είναι τότε Q΄ :
$\frac{1}{2}.\frac{Q'^2}{C}$ **= 0,125 j ⇔ Q΄ = 0,005 Cb = Q/2**

Δηλαδή ο χρόνος υποδιπλασιασμού του πλάτους είναι **$T_{1/2}$ = 2π s**

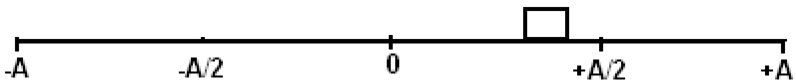
Άρα $\frac{ln2}{\Lambda}$ **=2π ⇔ $\Lambda = \frac{ln2}{2\pi}$ s^{-1}**

ΑΣΚΗΣΕΙΣ-ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΩΝ

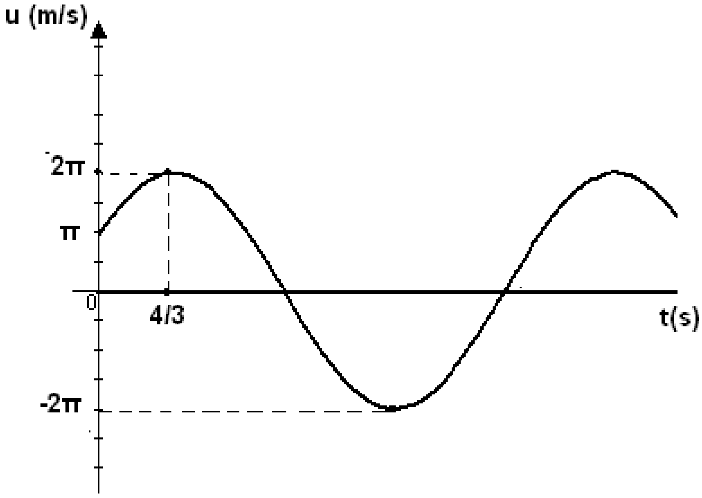
ΜΗΧΑΝΙΚΕΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

1. Σώμα εκτελεί ΑΑΤ με Α=6cm T=12s Να γραφεί η εξισώση της απομάκρυνσης της ΑΑΤ στο (S.I) στις παρακάτω περιπτώσεις
α) Για t=0 είναι x=0 και u >0
β) Για t=0 είναι x=0 και u <0
γ) Για t=0 είναι x=3 cm και u >0
δ) Για t=0 είναι x=-3 cm και u >0
ε) Για t=0 είναι x= 6cm
ζ) Την χρονική στιγμή t=0 το κινητό ξεκινά με αρνητική ταχύτητα
η) Την χρονική στιγμή t=0 το κινητό έχει μέγιστη αρνητική ταχύτητα
θ) Την χρονική στιγμή t=0 το κινητό έχει ταχύτητα u = ½ u_{max} και x<0
ι) Την χρονική στιγμή t=0 το κινητό έχει ταχύτητα u = $\frac{\pi}{\sqrt{2}}$ cm/s και x>0
κ) Την χρονική στιγμή t=3s το κινητό βρίσκεται στη θέση x=3 cm με u >0

2. Σώμα εκτελεί ΑΑΤ με περίοδο T = 12s Να υπολογιστεί ο ελάχιστος χρόνος που χρειάζεται για τις παρακάτω διαδρομές
α) 0 → +A → 0 → -A/2
β) -A/2 → -A → 0
γ) +A/2→ -A→ +A/2



3. Για σώμα που εκτελεί ΑΑΤ η ταχύτητα μεταβάλλεται με το χρόνο όπως στο παρακάτω διάγραμμα



Να γραφεί η εξίσωση της απομάκρυνσης με τον χρόνο και να παρασταθεί γραφικά
[Απ x=2ημ(πt+5π/3)]

4. Σώμα μάζας m = 2kg κάνει ΑΑΤ πλάτους Α = 1m, και περιόδου Τ =2s. Αν την χρονική στιγμή μηδέν το σώμα έχει απομάκρυνση Χ = √2/2 m και αρνητική ταχύτητα , να βρείτε

α) την δύναμη επαναφοράς την χρονική στιγμή 3 s.

β) την χρονική στιγμή που το σώμα θα περάσει για πρώτη φορά από την θέση ισορροπίας

γ) την χρονική στιγμή που η κινητική ενέργεια του σώματος θα γίνει τριπλάσια της δυναμικής για τρίτη φορά

δ) Να παρασήσετε γραφικά την δυναμική και κινητική ενέργεια του σώματος σε συνάρτηση ι) με την απομάκρυνση και ιι) με την ταχύτητα

[Απ α) F = $\pi^2\sqrt{2}$ N β) 0,25s γ)13/12s]

5. Σώμα μάζας m = 2kg κάνει ΑΑΤ πλάτους Α = 5m . Να βρείτε το μέτρο της ταχύτητας σε απομάκρυνση x = 3m αν στη θέση αυτή δέχεται δύναμη μέτρου 96N

Απ u = 16 m/s

6. Σε μια ΑΑΤ όταν α_1 = 5m/s^2 είναι u_1 = 8m/s και όταν α_2 = 4m/s^2 είναι u_2 = 10m/s να βρείτε την περίοδο της ταλάντωσης

[Απ Τ = 4π s]

7. Ένα σώμα μάζας m=0,1 Kgr εκτελεί Α.Α.Τ και διέρχεται από δύο σημεία Β και Γ που βρίσκονται στις θέσεις x_1=10cm και x_2=16cm με ταχύτητες U_1=20√3 cm/s και U_2=24 cm/s, αντίστοιχα .

α) Να γραφεί η εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος αν σαν χρονική στιγμή μηδέν θεωρηθεί η στιγμή που το σώμα περνά από την θέση Β.

β) Να βρεθεί το έργο που παράγεται από τη δύναμη επαναφοράς κατά τη μετακίνηση του σώματος από τη θέση Β στη θέση Γ

[Απ: α) x=20ημ(2t+π/6), (t σε s, x σε cm) , β) W_F = -3,12.10^{-3} joule]

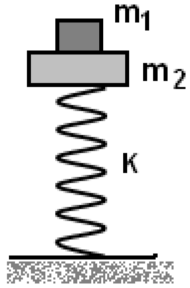
8. Αν σε ελατήριο σταθεράς Κ κρεμάσουμε μάζα m_1 εκτελεί ταλαντώσεις με περίοδο T_1=3s , ενώ αν κρεμάσουμε μάζα m_2 εκτελεί ταλαντώσεις με περίοδο T_2 = 4s Ποια θα είναι η περίοδος των ταλαντώσεων αν κρεμάσουμε και τις δύο μάζες

[Απ Τ=5s]

9. Αν απομακρύνουμε το παρακάτω σύστημα από την θέση ισορροπίας θα κάνει ΑΑΤ. Να βρείτε την σταθερά D της ταλάντωσης για το σύστημα των δύο μαζών καθώς και για κάθε μάζα χωριστά

(δίνονται τα m_1 ,m_2 , K) . Στη συνέχεια να υπολογίσετε το μέγιστο πλάτος των ταλαντώσεων που μπορεί να εκτελεί το σύστημα των δύο μαζών ώστε η μάζα m_2 να μην χάσει την επαφή της με την m_1

[Απ Doλ = K , D_1= $\frac{m_1K}{m_1+m_2}$ **, D_2=** $\frac{m_2K}{m_1+m_2}$**,** $\frac{(m_1+m_2)g}{K}$ **]**



10. Σώμα μάζας m=0,5 kg είναι δεμένο στο ένα άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς K =50 N/m, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε οροφή , και ισορροπεί στη κατακόρυφη θέση . Απομακρύνομαι τη μάζα από τη θέση ισορροπίας κατά την διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου κατά 0,2m προς τα κάτω και την αφήνουμε ελεύθερη

α. να δείξετε ότι το σύστημα θα εκτελεί Α.Α.Τ και να υπολογίσετε την περίοδο της

β. Πόση είναι η μέγιστη δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης ;

γ. πόση είναι η μέγιστη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου;

δ. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης της μάζας από την θέση ισορροπίας της σε συνάρτηση με το χρόνο , αν για t = 0 διέρχεται από τη θέση x=0,1m κινούμενη προς την αρνητική κατεύθυνση

[α) U_{max} =½ K.A^2=1j β) $U_{ελ\ max}$ =½ K.$(X_1 + A)^2$ =2,25j γ) x = 0,2.ημ(10t+5π/6)]

11. Στο κάτω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς K=400N/m είναι δεμένο σώμα μάζας m. Το πάνω άκρο του ελατηρίου είναι ακλόνητα στερεωμένο και το σύστημα ισορροπεί με το ελατήριο επιμηκυμένο κατά x_1=10cm. Ανεβάζουμε το σώμα μέχρι τη θέση όπου το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος και του δίνουμε για t=0 , αρχική ταχύτητα υ= 1m/s με φορά προς τα κάτω.

α) Να βρεθεί η μάζα του σώματος.

β) Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο, αν θεωρήσουμε θετική φορά προς τα πάνω.

γ) Να βρείτε ποια χρονική στιγμή η κινητική ενέργεια του σώματος θα γίνει μέγιστη για πρώτη φορά. (Δίνεται g=10m/s^2)

δ) Να εκφράσετε τη δύναμη επαναφοράς καθώς και την δύναμη του ελατηρίου σε συνάρτηση με την απομάκρυνση , και να τις παραστήσετε γραφικά σε κοινό διάγραμμα δύναμης - απομάκρυνσης .

[Απ α) 4kg β) x=0.1$\sqrt{2}$ ημ(10t+3π/4) γ) t= π/40]

12. Υλικό σημείο μάζας m= 1kg εκτελεί Α.Α.Τ και η απομάκρυνσή του από τη θέση ισορροπίας δίνεται από την εξίσωση:

x = 5συνπt (x σε cm, t σε s)

α) Να προσδιορίσετε το πλάτος, τη συχνότητα και την αρχική φάση της ταλάντωσης.

β) Σε πόσο χρόνο μετά από την έναρξη της ταλάντωσης, η κινητική ενέργεια του σώματος θα μηδενιστεί για πρώτη φορά;

γ) Να γράψετε την εξίσωση ταχύτητας – χρόνου και να την παραστήσετε γραφικά

δ) Να εκφράσετε τη δυναμική, την κινητική και την ολική ενέργεια συναρτήσει του χρόνου και να τις παραστήσετε γραφικά σε κοινό διάγραμμα ενέργειας χρόνου.

ε) Να εκφράσετε τη δυναμική, την κινητική και την ολική ενέργεια συναρτήσει της απομάκρυνσης και να τις παραστήσετε γραφικά σε κοινό διάγραμμα ενέργειας-απομάκρυνσης ($π^2$=10)

[ΑΠ α) A=5cm ,f=0,5Hz, $φ_o$=π/2 β) 1s γ) u= 5π.συν(πt+π/2) (u σε cm/s , t σε s)
δ)U=125.10^{-4}ημ^2(πt+π/2) , K=125.10^{-4}συν^2(πt+π/2) (S.I) ε) U=5.x^2 , K=125.10^{-4}-5.x^2 (S.I)]

13. Σώμα μάζας m = 10kg εκτελεί Α.Α.Τ. με συχνότητα f=2/π Hz. Τη χρονική στιγμή t = 0 απέχει x = 5cm από τη θέση ισορροπίας του, έχει ταχύτητα υ = $\frac{2\sqrt{3}}{10}$ m/s και κινείται προς την ακραία θέση της ταλάντωσής του. Να βρείτε:

α) Τη σταθερά επαναφοράς D
β) Την εξίσωση της απομάκρυνσης με το χρόνο.
γ) Τη χρονική στιγμή που το σώμα διέρχεται για πρώτη φορά από τη θέση ισορροπίας του
δ) Την εξίσωση της δύναμης επαναφοράς με το χρόνο.
[Απ α) 160N/m , β) x=0,1 ημ(4t+π/6) (S.I) , γ) t= 5π/24 , δ) ΣF=-16 ημ(4t+π/6) (S.I)]

14. Ένα σώμα μάζας m=1Kg εκτελεί ΑΑΤ με περίοδο T=1s. Τη χρονική στιγμή t=0 έχει θετική ταχύτητα, θετική απομάκρυνση και κινητική ενέργεια 0,24j που είναι ίση με τα 3/4 της ολικής του ενέργειας.

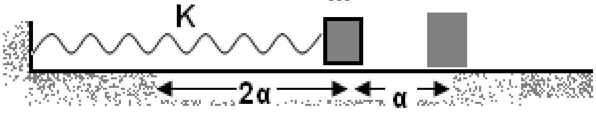
α) Να βρεθεί η εξίσωση της απομάκρυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο
β) Ποιο είναι το έργο της συνισταμένης δύναμης από t_1=0 μέχρι t_2= 0,5s.
γ) Πόσο χρόνο θα χρειαστεί το σώμα για να περάσει από τη θέση ισορροπίας του για πρώτη φορά;
[Απ α) x =0,4/π ημ (2πt+π/6) β) 0 j γ) t=5/12 s.]

16. Το πάνω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς Κ =400 N/m , ισορροπεί ένα σώμα μάζας Μ= 4Kgr . Ένα δεύτερο σώμα μάζας m=1Kg αφήνετε από ύψος h=1,25 m και αφού συγκρουστεί με το Μ αναπηδά σε ύψος x . Αν μετά την κρούση το Μ εκτελεί Α.Α.Τ πλάτους Α=0,2m α) να εξετάσετε αν η κρούση των δυο σωμάτων είναι ελαστική και β) να βρεθεί το ύψος x . Δίνεται g = 10 m/s^2
[Απ α)ναι β) x=0,45m]

17. Στο άκρο οριζόντιου ελατηρίου είναι στερεωμένο σώμα μάζας m όπως στο σχήμα σε απόσταση α από την μάζα m βρίσκεται δεύτερο σώμα ίσης μάζας ακίνητο συσπειρώνουμε το ελατήριο κατά 2 α όπως στο σχήμα και στη συνέχεια το αφήνουμε ελεύθερο αν οι δύο μάζες συγκρούονται

α. Αν η κρούση είναι πλαστική , να βρεθεί το πλάτος των ταλαντώσεων που θα κάνει το συσσωμάτωμα
β. Αν η κρούση ήταν ελαστική , να βρεθεί το πλάτος των ταλαντώσεων της μάζας που είναι στερεωμένη στο ελατήριο

(Δίνεται το α, τριβές δεν υπάρχουν) **[Απ Α = $\sqrt{\frac{5}{2}}$ α , α]**



18. Σώμα μάζας Μ εκτελεί ταλαντώσεις πλάτους Α=2m και περιόδου Τ = 0.2s σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Όταν το σώμα περνά από την θέση x =Α/2 κομμάτι πλαστελίνης μάζας Μ/2 το οποίο πέφτει κατακόρυφα, προσκολλάται στο σώμα . Να υπολογιστούν α) Το νέο πλάτος και η νέα περίοδος της ταλάντωσης , β) Το ποσοστό μεταβολής της ενέργειας του ταλαντωτή.
[Απ Α = $\sqrt{3}$ m , -25%]

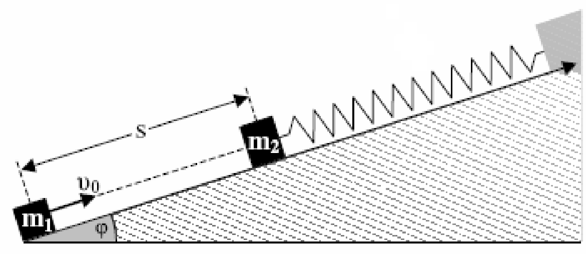
19. Σώμα μάζας m=5kg είναι δεμένο και ισορροπεί στο κάτω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς Κ=100N/m, το πάνω άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο. Ξαφνικά, λόγω εσωτερικής έκρηξης, το σώμα διασπάται σε δύο τμήματα Α και Β, από τα οποία το Α, μάζας m_1=3kg, μένει συνδεδεμένο στο ελατήριο, ενώ το Β πέφτει κατακόρυφα προς τα κάτω με αρχική ταχύτητα u_2=3m/s.
α) Εξηγήστε γιατί η αρχική θέση του τμήματος Α μετά τη διάσπαση δεν είναι ακραία θέση ταλάντωσης.
β) Να υπολογιστεί το πλάτος των ταλαντώσεων του τμήματος Α.
γ) Να υπολογιστούν η μέγιστη δυναμική ενέργεια ταλάντωσης και η μέγιστη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου. Δίνεται g=10m/s^2.
[Απ β) 0,4m , γ) 8j 24,5j]

20. Σώμα μάζας m = 1 Kg ισορροπεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, στερεωμένο στο άκρο οριζόντιου ελατηρίου με σταθερή Κ = 400 N/m που έχει το φυσικό του μήκος. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι ακλόνητα στερεωμένο σε κατακόρυφο τοίχο. Κάποια στιγμή αρχίζει ασκείται στο σώμα μια σταθερή οριζόντια δύναμη F = 80 N κατά μήκος του άξονα του ελατηρίου, έτσι ώστε το ελατήριο να αρχίσει να επιμηκύνεται.
α. Να αποδείξετε πως η κίνηση που θα κάνει το σώμα θα είναι απλή αρμονική ταλάντωση.
β. Να βρείτε το πλάτος και την περίοδο της ταλάντωσης.
γ. Αν σαν αρχή των χρόνων (t = 0) θεωρήσουμε τη στιγμή που ασκείται στο σώμα η δύναμη F, να βρείτε την εξίσωση της απομάκρυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο,να θεωρηθεί σαν θετική η φορά της F
δ. Αν η δύναμη πάψει να ασκείται όταν το σώμα περνά από την θέση ισορροπίας να υπολογιστεί το νέο πλάτος των ταλαντώσεων που θα εκτελέσει η μάζα m
[Απ β) 0,1π s 0,2m , γ) x =0,2 ημ (20t+3π/2) (SI) δ) 0,2 $\sqrt{2}$ m]

21 Δίσκος μάζας Μ= 1Kg είναι στερεωμένος στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς Κ=200 N/m , του οποίου το άλλο άκρο είναι στερεωμένο στο δάπεδο . Πάνω στον δίσκο κάθεται ένα πουλί μάζας m=0,2 Kg και κάποια στιγμή εκτινάσσεται κατακόρυφα προς τα πάνω με ταχύτητα u =2m/s Να βρείτε
α. Το μέτρο της ταχύτητας που αποκτά ο δίσκος
β. το πλάτος της ταλάντωσης του δίσκου
γ. την μέγιστη δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης
δ. την μέγιστη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου (g=10 m/s^2)
[Απ α. 0,4m/s β. 0,03m γ. 0,09 j δ. 0,64j]

22. Από την κορυφή λείου κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσεως φ=30^o εξαρτάται ιδανικό ελατήριο σταθεράς Κ = 100 N/m και στο ελεύθερο άκρο συνδέεται σώμα μάζας m_1 = 2Kg . Το σύστημα ισορροπεί πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο . Ένα βλήμα μάζας m_2 = 2Kg κινείται οριζόντια με ταχύτητα u =2m/s και συγκρούεται , ακαριαία , μετωπικά και πλαστικά με το σώμα μάζας m_1 . Το συσσωμάτωμα δεν αναπηδά.
α. Να βρείτε το πλάτος της ταλάντωσης του συσσωματώματος
β. **Θεωρούμε σαν αρχή μέτρησης του χρόνου τη στιγμή της κρούσης και άξονα x΄x με θετική την κατεύθυνση προς τα πάνω . Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης του συσσωματώματος από την θέση ισορροπίας του ,σε συνάρτηση με τον χρόνο**
γ. Να βρείτε το ρυθμό μεταβολής της ορμής του συσσωματώματος κατά την διεύθυνση του κεκλιμένου επιπέδου αμέσως μετά την κρούση και όταν βρίσκεται στις ακραίες θέσεις του Δίνεται g = 10 m/s^2
[Απ α) Α = 0,2 m β) x = 0,2.ημ(5t+π/6) (S.I) γ)αμέσως μετά την κρούση θα είναι -10 Ν στις ακραίες θέσεις θα είναι -20 Ν και 20 Ν]

23. Από την κορυφή λείου κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσης φ=30^o στερεώνεται διαμέσου ιδανικού ελατηρίου σώμα μάζας m_2=3Kg και το σύστημα ισορροπεί πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο .Από την βάση του κεκλιμένου επιπέδου εκτοξεύεται σώμα μάζας m_1=1Kg με αρχική ταχύτητα u_o=5m/s , όπως φαίνεται στο σχήμα Η αρχική απόσταση των σωμάτων είναι S=0,9m και η σταθερά του ελατηρίου Κ=300N/m Τα σώματα συγκρούονται μετωπικά και η διάρκεια της κρούσης είναι αμελητέα

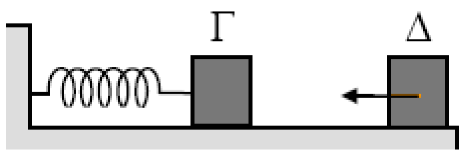


Α) Πόσο είναι το πλάτος των ταλαντώσεων του σώματος m_2 όταν η κρούση είναι ελαστική
Β) Όταν η κρούση είναι πλαστική να βρείτε
α. το πλάτος της ταλάντωσης του συσσωματώματος
β. την μέγιστη παραμόρφωση του ελατηρίου κατά την διάρκεια της ταλάντωσης (g=10m/s^2)
[Απ Α. 0,2m Β. (α) 7/60 m (β) 11/60m]

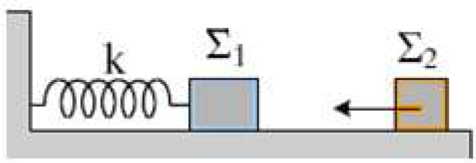
24. Δίσκος μάζας Μ= 10Kg είναι στερεωμένος στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς Κ=1000 Ν/m , του οποίου το άλλο άκρο είναι στερεωμένο στο δάπεδο . Σφαίρα μάζας m=1Kg αφήνετε να πέσει ελεύθερα από ύψος h_1=5m πάνω από τον δίσκο Η σφαίρα συγκρούεται μετωπικά με τον δίσκο και αναπηδά σε ύψος h_2=1,25m Να βρείτε
α. τα μέτρα των ταχυτήτων του δίσκου και της σφαίρας αμέσως μετά την κρούση
β. το πλάτος των ταλαντώσεων του δίσκου
γ. το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής του δίσκου μετά από χρόνο Δt=0,125πs μετά την κρούση
[Απ α) 5m/s, 1,5m/s β) 0,15m γ)75 $\sqrt{2}$ Ν]

25. Σώμα μάζας m_1=2kg είναι κρεμασμένο στο κάτω άκρο ελατηρίου με σταθερά ελατηρίου Κ= 400 N/m. Το πάνω άκρο του ελατηρίου είναι ακλόνητα στερεωμένο και το σύστημα ελατηρίου-μάζας ισορροπεί. Βλήμα μάζας m2 κινείται κατακόρυφα προς τα πάνω με ταχύτητα u και συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά στο κάτω άκρο της μάζας m_1. Η ορμή του βλήματος ακριβώς πριν την κρούση ήταν
p_1= 20 kg m /s ενώ μετά την κρούση έγινε p_2= 10 kg m /s. Το συσσωμάτωμα μετά την κρούση εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. (δίνεται g = 10 m/s^2)
Να βρεθούν
α) η μάζα του βλήματος m_2
β) η ταχύτητα του συσσωματώματος ακριβώς μετά την κρούση
γ) η ενέργεια που μετατρέπεται σε θερμότητα κατά την κρούση
δ) την περίοδο της κατακόρυφης ταλάντωσης του συστήματος
ε) το πλάτος της κατακόρυφης ταλάντωσης του συστήματος

26. Το σώμα Γ μάζας 4kg εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση δεμένο στο άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς Κ=400N/m με πλάτος Α=0,3m. Σε κάποια στιγμή και ενώ βρίσκεται στη μέγιστη απομάκρυνση, συγκρούεται ανελαστικά με σώμα Δ μάζας 1kg , που κινείται όπως στο σχήμα με ταχύτητα 12m/s . Μετά την κρούση το σώμα Γ ταλαντώνεται με πλάτος 0,5m. Ζητούνται:
α) Η περίοδος ταλάντωσης του σώματος Γ πριν και μετά την κρούση.
β) Η ταχύτητα του σώματος Δ μετά την κρούση.
γ) Η απώλεια της Μηχανικής ενέργειας κατά τη κρούση



27. Ένα σώμα $Σ_1$ μάζας m_1=8kg ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο δεμένο στο άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς Κ=200N/m.
Συσπειρώνουμε το ελατήριο μετακινώντας το σώμα κατά A_1=0,3m και για t=0 το αφήνουμε να ταλαντωθεί. Τη χρονική στιγμή t_1=0,2π s το σώμα Σ1 συγκρούεται μετωπικά με δεύτερο σώμα $Σ_2$ μάζας m_2=2kg το οποίο κινείται προς τα αριστερά με ταχύτητα μέτρου $υ_2$=5m/s. Αν μετά την κρούση το σώμα Σ2 κινείται προς τα δεξιά με ταχύτητα μέτρου $υ_2'$=3m/s, ζητούνται:
α) Η ταχύτητα του σώματος Σ1 πριν και μετά την κρούση.
β) Το πλάτος της ταλάντωσης μετά την κρούση.

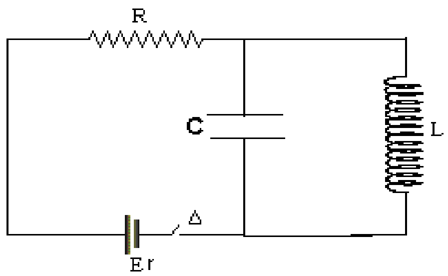


ΗΛΕΚΤΡΙΚΕΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

1. Διαθέτουμε δύο κυκλώματα αμείωτων ηλεκτρικών ταλαντώσεων Α και Β. Στο κύκλωμα Α(L, C) προσφέρουμε ενέργεια Ε και στο κύκλωμα Β(2L, 2C) ενέργεια Ε΄=2Ε - προκειμένου να εκτελέσουν ταλάντωση. Αν το φορτίο στους οπλισμούς του πυκνωτή και η ένταση του ρεύματος στο κύκλωμα περιγράφονται από εξισώσεις της μορφής q=Qσυνωt και
i=-Iημωt αντίστοιχα, να παρασταθούν γραφικά, σε κοινά διαγράμματα q=f(t) και i=f(t) τα φορτία και οι εντάσεις των ρευμάτων στα δύο κυκλώματα , για το χρονικό διάστημα 0-4π$\sqrt{LC}$

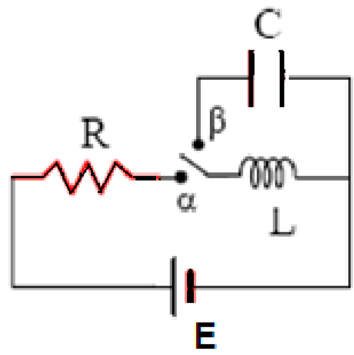
2. Σε ιδανικό κύκλωμα L – C , η ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή σε συνάρτηση με το χρόνο, δίνεται από την εξίσωση: $U_E = 4.10^{-6}$ συν$^2(10^3t)$. Η χωρητικότητα του πυκνωτή είναι C=0,5μF.
α) Να βρεθεί η μέγιστη τιμή του φορτίου του πυκνωτή.
β) Να γράψετε την εξίσωση της έντασης του ρεύματος στο κύκλωμα συναρτήσει του χρόνου.
γ) Ποια χρονική στιγμή η ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή θα είναι τριπλάσια από την ενέργεια του μαγνητικού πεδίου του πηνίου για πρώτη φορά;
δ) Να γράψετε την εξίσωση της ενέργειας του μαγνητικού πεδίου του πηνίου συναρτήσει του χρόνου
[Απ α) Q=2μF β) i=-2.10^{-3}ημ(1000t) (S.I) γ)t = π/6 .10^{-3}s δ) $U_B = 4.10^{-6}$ συν^2(10^{3}t) (S.I)]

3. Στο κύκλωμα του σχήματος δίνεται Ε = 20V , r =1 Ω , R=3 Ω ,C=8μF ,
L = 20 mH . Ο διακόπτης Δ είναι κλειστός
α) Πόσο είναι το φορτίο του πυκνωτή και πόση η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο
β) Τη χρονική στιγμή μηδέν ανοίγουμε τον διακόπτη , οπότε το κύκλωμα LC εκτελεί αμείωτες ηλεκτρικές ταλαντώσεις .
ι) Να γράψετε τις σχέσεις που δίνουν το φορτίο q του πυκνωτή και την ένταση i του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο σε συνάρτηση με το χρόνο
ιι) Ποια χρονική στιγμή η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο μηδενίζεται για πρώτη φορά ;
ιιι) Ποια χρονική στιγμή η ενέργεια του μαγνητικού πεδίου γίνεται για πρώτη φορά ίση με την ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή ;



[Απ α) q = 0 , I = 5A β) i = 5 συν2500t q = 2.10^{-3} ημ2500t π/5000 s π.10^{-4} s]

4. Για το διπλανό κύκλωμα δίνονται E=40V,r=0, R=10Ω, L=0,02H, C=2μF, το πηνίο είναι ιδανικό και ο μεταγωγός είναι για μεγάλο χρονικό διάστημα στη θέση α.



α) Ποια είναι η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα και πόση ενέργεια αποθηκεύεται στο πηνίο;

Β. Σε μια στιγμή που θεωρούμε ότι t=0 φέρνουμε το μεταγωγό στη θέση β ακαριαία

α) Να γράψετε την εξίσωση της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα σε συνάρτηση με το χρόνο.

β) Σε πόσο χρόνο θα μηδενιστεί για πρώτη φορά η ένταση του ρεύματος;

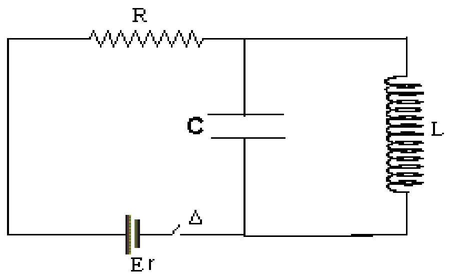
γ) Δώστε την εξίσωση του φορτίου του πυκνωτή σε συνάρτηση με το χρόνο.

[Απ α) I=4A , U_B=0,16J B) α) i=4 συν5000t β) π.10^{-4} γ) q = 8.10^{-4}ημ5000t]

5. Για το κύκλωμα του σχήματος δίνεται E = 12V , r = 1 Ω , R = 2 Ω , L = 1mH .Ο διακόπτης Δ είναι κλειστός Τη χρονική στιγμή μηδέν ανοίγουμε τον διακόπτη , οπότε το κύκλωμα LC εκτελεί αμείωτες ηλεκτρικές ταλαντώσεις .

α) Ποια πρέπει να είναι η χωρητικότητα του πυκνωτή ώστε η τάση στους οπλισμούς του να μην υπερβεί την τιμή 20V

β) Ποια είναι η περίοδος των ηλεκτρικών ταλαντώσεων τότε

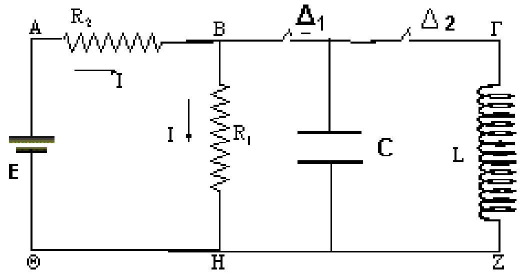


γ) Ποιες χρονικές στιγμές στη διάρκεια της πρώτης περιόδου η ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή γίνεται τριπλάσια από την ενέργεια του μαγνητικού πεδίου

6. Για το επόμενο κύκλωμα δίνονται E = 40V , r=1Ω ,R_1 = 4Ω , R_2 = 5Ω , C=4 μF , L=10 mH . Αρχικά ο διακόπτης $Δ_1$ είναι κλειστός και ο $Δ_2$ ανοικτός . Ανοίγουμε τον διακόπτης $Δ_1$ και την χρονική στιγμή t=0 κλείνουμε τον διακόπτη $Δ_2$, με αποτέλεσμα να έχουμε αμείωτες ηλεκτρικές ταλαντώσεις στο κύκλωμα LC

α) Να βρείτε το μέγιστο φορτίο Q του πυκνωτή και την μέγιστη ένταση I του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο

β) Να βρείτε την περίοδο των ηλεκτρικών ταλαντώσεων και να γράψετε τις σχέσεις του φορτίου του πυκνωτή και της έντασης του ρεύματος σε συνάρτηση με τον χρόνο



γ) ποια είναι η ένταση του ρεύματος όταν το φορτίο του πυκνωτή είναι ¼ Q

δ) ποια χρονική στιγμή είναι για πρώτη φορά U_E = 3U_B

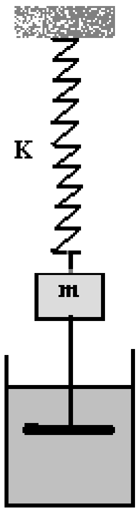
[Απ α) Q=64μC, I=0,32A β) T=4π.10^{-4}s , q =64.10^{-6}συν5000t , i = -0,32ημ5000t (S.I) γ) 0,08. $\sqrt{15}$ A,

δ) $\frac{\pi}{3}$ 10^{-4}s]

ΦΘΙΝΟΥΣΕΣ ΕΞΑΝΑΓΚΑΣΜΕΝΕΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

1. Το πλάτος μιας φθίνουσας ταλάντωσης μειώνεται σύμφωνα με τον χρόνο σύμφωνα με την σχέση $A = Ao\ e^{-\Lambda t}$. Σε χρονικό διάστημα $t_1 = 30s$ πραγματοποιεί 40 πλήρεις αιωρήσεις και το πλάτος γίνεται 1/5 Αο Σε πόσο χρονικό διάστημα θα πραγματοποιήσει ακόμα 80 πλήρεις ταλαντώσεις και πόσο θα είναι το πλάτος της ταλάντωσης τότε ;

2. Στο ελεύθερο άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς Κ εξαρτάται σώμα μάζας m=1Kg από το οποίο κρεμάμε , με ένα λεπτό άκαμπτο σύρμα αμελητέας μάζας , μια μεταλλική πλάκα ίσης μάζας με το σώμα την οποία βυθίζουμε σε ένα υγρό όπως φαίνεται στο σχήμα Το άνω άκρο του ελατηρίου είναι ακλόνητα στερεωμένο και η άνωση που δέχεται η πλάκα από το υγρό είναι αμελητέα Όταν το σύστημα ισορροπεί το ελατήριο έχει αποθηκευμένη ενέργεια U=2j Ανυψώνουμε το σώμα μέχρι το ελατήριο να αποκτήσει το φυσικό του μήκος και το αφήνουμε
ελεύθερο Το σύστημα τότε εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση . Μετά από 20 πλήρεις ταλαντώσεις η ενέργεια της ταλάντωση έχει γίνει 0,5 j Αν η δύναμη απόσβεσης είναι της μορφής F= -b.u

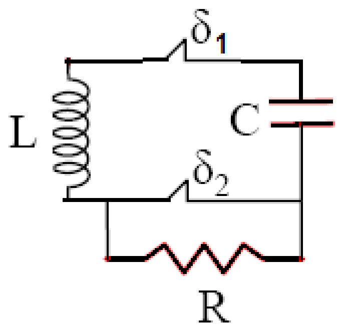


Α . α) Να γραφεί η εξίσωση του πλάτους της ταλάντωσης σε συνάρτηση με τον χρόνο Καθώς και η εξίσωση της ενέργειας της ταλάντωση σε συνάρτηση με τον χρόνο Να θεωρήσετε ότι η συχνότητα της ταλάντωσης είναι ίση με την ιδιοσυχνότητα του συστήματος [Απ $A=0,4.e^{-(\ln 2/8\pi)t}$
β) σε πόσο χρόνο η ενέργεια της ταλάντωσης θα μειωθεί κατά 15/16
Β. Μετά από 40 ταλαντώσεις σπάει το άκαμπτο σύρμα που συγκρατεί την μεταλλική πλάκα οπότε το σώμα συνεχίζει να ταλαντώνεται εκτελώντας αμείωτες ταλαντώσεις Αν θεωρήσουμε σαν χρονική στιγμή μηδέν την στιγμή που σπάει το σύρμα και σαν θετική την προς τα πάνω φορά
α) Να γραφεί η εξίσωση της απομάκρυνσης της μάζας m και να παρασταθεί γραφικά
β) Να γραφεί η σχέση που δίνει την κινητική ενέργεια της μάζας m σε συνάρτηση με την απομάκρυνση , μετά που έσπασε το σύρμα, και να παρασταθεί γραφικά
γ) Ποιος είναι ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώματος όταν αυτό βρίσκεται στις ακραίες θέσεις της ταλάντωσης του **Δίνεται $g=10m/s^2$**

3. Ένα μηχανικό σύστημα τίθεται σε ταλάντωση με πλάτος Α. Εκτός από τη δύναμη επαναφοράς ασκείται στο σύστημα δύναμη αντίστασης της μορφής F=-bu οπότε σταδιακά το πλάτος των ταλαντώσεων που εκτελεί το σύστημα μειώνεται.
α. Να υπολογιστεί μετά από πόσο χρόνο t_1 από την έναρξη των ταλαντώσεων το πλάτος της ταλάντωσης έχει μειωθεί κατά 50%.
β. Πόσος επιπλέον χρόνος Δt απαιτείται μέχρι το πλάτος να υποδιπλασιαστεί εκ νέου;
γ. Να υπολογιστεί το πλάτος της ταλάντωσης τη χρονική στιγμή $t_3=3t_1$ από την έναρξη των ταλαντώσεων.

4. Σε μια φθίνουσα ταλάντωση το πλάτος των ταλαντώσεων ελαττώνεται σύμφωνα με την σχέση $A=0{,}8.e^{-ln4.t}$ (S.I) Η μάζα του ταλαντούμενου σώματος είναι m= 10 gr
Την χρονική στιγμή t=0 ,που αρχίζει η φθίνουσα ταλάντωση , το σώμα βρίσκεται στη θέση A_o=+0,8m με μηδενική ταχύτητα , Μετά από 10 πλήρεις ταλαντώσεις το σώμα βρίσκεται στη θέση Α=+0,4m
α. Να βρεθεί η περίοδος των ταλαντώσεων
β. Πόσες πλήρεις ταλαντώσεις εκτελεί το κινητό στο χρονικό διάστημα που το πλάτος των ταλαντώσεων μειώνεται από 0,4m σε 0,1m
γ. Πόσο είναι το έργο της δύναμης απόσβεσης στο παραπάνω χρονικό διάστημα ;
[Απ α. T = 0,05s β. 20 γ. 12j]

5. Για το διπλανό κύκλωμα δίνονται L=0,01H, C=100μF, το πηνίο είναι ιδανικό και ο πυκνωτής είναι φορτισμένος από τάση V=100 V
Αρχικά ο διακόπτης $δ_2$ είναι κλειστός και ο $δ_1$ανοικτός . Την χρονική στιγμή t=0 κλείνουμε και τον διακόπτη $δ_1$, με αποτέλεσμα να έχουμε αμείωτες ηλεκτρικές ταλαντώσεις στο κύκλωμα LC



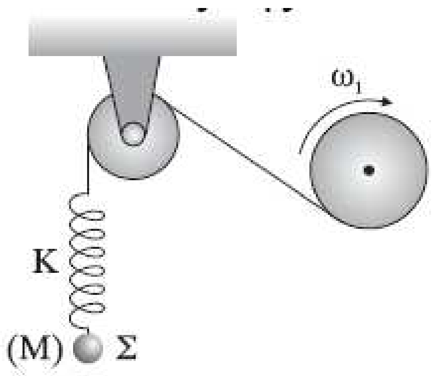
Α. α. Να γραφεί η εξίσωση του φορτίου του πυκνωτή καθώς και της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα σε συνάρτηση με τον χρόνο
β. Ποια χρονική στιγμή η ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή γίνεται για πρώτη φορά ίση με την ενέργεια του μαγνητικού πεδίου
Β. Την χρονική στιγμή t_1 =2π s ανοίγουμε τον διακόπτη $δ_2$ οπότε το κύκλωμα αρχίζει να εκτελεί φθίνουσες ταλαντώσεις Αν την χρονική στιγμή t_2 =4π s το ποσό της θερμότητας που έχει εκλυθεί από την αντίσταση R είναι Q=0,375 j
α. Να βρεθεί η σταθερά απόσβεσης των ηλεκτρικών ταλαντώσεων
β. Ποια χρονική στιγμή το μέγιστο φορτίο στον πυκνωτή θα είναι $Q = 25.10^{-4}$Cb
Θεωρήστε ότι η περίοδος των ηλεκτρικών ταλαντώσεων δεν αλλάζει με το άνοιγμα του διακόπτη $δ_2$
[Απ β0)ln2/2π

6. Το σώμα Σ του σχήματος εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση χωρίς αποσβέσεις με τη βοήθεια του τροχού, που περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα ω_1 = 3 rad/sec. Το πλάτος της ταλάντωσης είναι A_1 = 20cm.

α. Να γράψετε την εξίσωση απομάκρυνσης του σώματος Σ σε συνάρτηση με το χρόνο θεωρώντας μηδέν την αρχική φάση της ταλάντωσης.

β. Να παραστήσετε γραφικά σε συνάρτηση με το χρόνο την κινητική ενέργεια του σώματος Σ κατά την ταλάντωσή του.

γ. Αν διπλασιάσουμε την γωνιακή ταχύτητα του τροχού το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης θα αυξηθεί, θα μειωθεί ή θα μείνει αμετάβλητο; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.



Δίνονται: η μάζα του σώματος Σ, Μ= 2kg και η σταθερά του ελατηρίου K=200 N/m

7. Σώμα μάζας M = 0,8 Kg είναι δεμένο σε κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς K = 80 N/m και εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση χωρίς απόσβεση Η συχνότητα του διεγέρτη είναι $f_1 = 2/\pi$ H_Z , και το πλάτος της ταλάντωσης είναι A = 0,1 m

α) Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος σε συνάρτησης με τον χρόνο, θεωρώντας μηδέν την αρχική φάση της ταλάντωσης

β) Αν διπλασιάσουμε την συχνότητα του διεγέρτη τι θα πάθει το πλάτος της ταλάντωσης;

8. Σώμα μάζας m=2Kg είναι δεμένο στην άκρη κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς K=200 N/m και εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση υπό την επίδραση εξωτερικής δύναμης της οποίας το μέτρο μεταβάλλεται σύμφωνα με την σχέση F=10συν10t Το μέτρο της ταχύτητας του σώματος σε απομάκρυνση x=0,1m είναι υ= $\sqrt{3}$ m/s

α) Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος σε συνάρτηση με τον χρόνο ,αν γνωρίζεται ότι η αρχική φάση είναι μηδέν

β) Να εξετάσετε αν έχουμε συντονισμό

γ) Να βρείτε την σταθερά απόσβεσης **b**

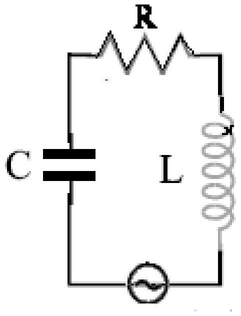
δ) Να βρεθεί η ενέργεια που απορροφά το σύστημα μέσω του έργου της εξωτερικής περιοδικής δύναμης σε κάθε περίοδο αν Λ=b/2m

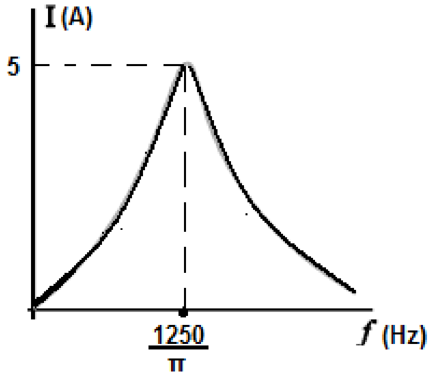
ε) Να βρείτε τον ρυθμό προσφοράς ενέργειας στο σύστημα από την εξωτερική δύναμη όταν το σώμα περνά από την θέση x=0,1m

Δίνεται ότι $e^{-\pi/4}$=0,45

[Απ α) x = 0,2.ημ10t β) ναι γ) b=5 Kg/s δ) 3,19j ε) 15 j/s]

9. Στο κύκλωμα του σχήματος δίνεται R=10/π Ω , L = 20 mH . Το κύκλωμα εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση , το φορτίο του πυκνωτή δίνεται από την σχέση **q = 0,5.10 $^{-3}$ ημ1000t** ,και η τάση της πηγής του εναλλασσόμενου ρεύματος μεταβάλλεται σύμφωνα με την σχέση
υ=V ημωt ενώ η καμπύλη συντονισμού του κυκλώματος φαίνεται στο διάγραμμα





A. **α)** Να βρεθεί η συχνότητα της εναλλασσόμενης τάσης
β) Αν διπλασιάσουμε την συχνότητα της εναλλασσόμενης τάσης πως θα μεταβληθεί το μέγιστο φορτίο στον πυκνωτή;
γ) Να υπολογιστεί η χωρητικότητα του πυκνωτή
Β. Μεταβάλλοντας την συχνότητα της εναλλασσόμενης τάσης το κύκλωμα έρχεται σε συντονισμό
α) πόσο θα είναι το μέγιστο φορτίο του πυκνωτή στην κατάσταση του συντονισμού
β) Πόση ενέργεια απορροφά το κύκλωμα σε κάθε περίοδο από την πηγή της εναλλασσόμενης τάσης ;
[Απ Α. α) f= 500/π β) θα αυξηθεί γ) C=8μF Β. α) Q= 2.10^{-3} C β) 0,1 j]

ΣΥΝΘΕΣΗ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΩΝ - ΔΙΑΚΡΟΤΗΜΑΤΑ

1. Σφαιρίδιο μάζας m=0,5kg εκτελεί ταλάντωση που προκύπτει από τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων, οι οποίες πραγματοποιούνται με συχνότητα 5 πλήρεις ταλαντώσεις σε κάθε 2s. Η μία ταλάντωση έχει πλάτος A_1=20cm και η άλλη A_2 =10cm και προηγείται χρονικά της πρώτης κατά Δt=0,2s. Η πρώτη δεν έχει αρχική φάση
α. Να γραφούν οι εξισώσεις των δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων καθώς και η εξίσωση της συνισταμένης ταλάντωσης και να παρασταθούν γραφικά σε συνάρτηση με το χρόνο.
β. Να υπολογιστεί η ολική ενέργεια ταλάντωσης του σφαιριδίου. Δίνεται ότι $π^2 \approx 10$.

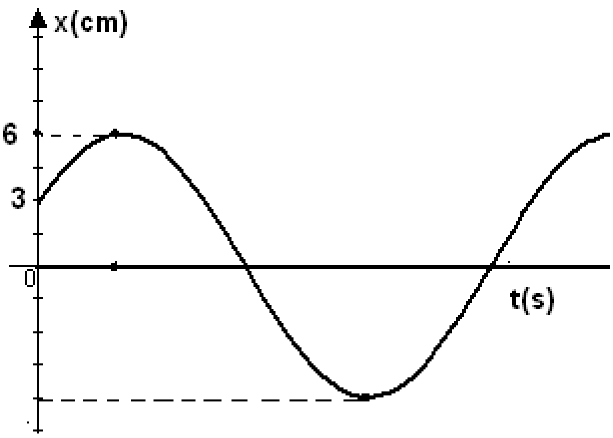
2. Να γραφούν οι εξισώσεις σε συνάρτηση με τον χρόνο για την απομάκρυνση ,την ταχύτητα και την επιτάχυνση των ταλαντώσεων που προκύπτουν από την σύνθεση των παρακάτω ταλαντώσεων

α) X_1 = 4.ημ10πt X_2 = 6.ημ(10πt + π/3) (S.I)
β) X_1 = 3.ημ(10πt +π/3) X_2 = 2.ημ(10πt + π/6) (S.I)
γ) X_1 = 3.ημ(150t - π/3) X_2 = 4.ημ(150t + π/6) (S.I)
δ) X_1 = 3.ημ(314t +π/6) X_2 = 2.ημ(314t - 5π/6) (S.I)

3. Ένα σώμα μάζας m=2kg εκτελεί ταλάντωση που προκύπτει από τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων (Ι) και (ΙΙ), με πλάτη A_1=5cm και $A_2=5\sqrt{3}$ cm. Οι ταλαντώσεις εξελίσσονται στην ίδια διεύθυνση γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας, με την ίδια συχνότητα f=2Hz. Τη χρονική στιγμή t=0 η ταλάντωση (Ι) βρίσκεται στη θέση ισορροπίας της κινούμενη προς το θετικό ημιάξονα, ενώ η ταλάντωση (ΙΙ) φτάνει στη θέση ισορροπίας της μετά από χρόνο Δt=1/8s . κινούμενη αρνητικά
α. Να γραφούν οι χρονικές εξισώσεις των συνιστωσών ταλαντώσεων και της συνισταμένης ταλάντωσης.
β. Να υπολογιστεί η κινητική ενέργεια του σώματος τη χρονική στιγμή t=1/4s. Δίνεται ότι $\pi^2 \approx 10$.

4. Ένα υλικό σημείο μάζας m=200g εκτελεί κίνηση που προκύπτει από τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων με εξισώσεις x_1=3ημ(πt+π/6) και x_2=3ημ(πt+π/2) όπου x σε cm, t σε s. Οι δύο ταλαντώσεις πραγματοποιούνται στην ίδια διεύθυνση και γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας.
α. Να προσδιοριστεί η εξίσωση της συνισταμένης κίνησης που προκύπτει.
β. Να προσδιοριστούν οι εξισώσεις σε συνάρτηση με το χρόνο για τη δυναμική, την κινητική, και την ολική ενέργεια της ταλάντωσης.

5. Ένα σώμα μάζας m εκτελεί ταλάντωση που προκύπτει από τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων (Ι) και (ΙΙ), με πλάτη
A_1= A_2 =6cm και. Οι ταλαντώσεις εξελίσσονται στην ίδια διεύθυνση γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας, με την ίδια συχνότητα f=2Hz. Τη χρονική στιγμή t=0 η ταλάντωση (Ι) βρίσκεται στη θέση ισορροπίας της κινούμενη προς το θετικό ημιάξονα, ενώ η απομάκρυνση της ταλάντωσης (ΙΙ) μεταβάλλεται με τον χρόνο όπως στο παραπάνω διάγραμμα
Να γραφεί η εξίσωση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης που προκύπτει



6. Από την σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων Α και Β , πού έχουν την ίδια διεύθυνση το ίδιο πλάτος και παραπλήσιες συχνότητες , προκύπτει μια ταλάντωση που έχει συχνότητα f = 250H_Z.Το χρονικό διάστημα που μεσολαβεί μεταξύ δύο διαδοχικών μεγίστων τιμών του πλάτους της σύνθετης ταλάντωσης είναι t=0,25s .
Να βρείτε τις συχνότητες των ταλαντώσεων Α και Β
[Απ f_A= 252H_Z f_B = 248H_Z]

7. Οι ήχοι που παράγονται από δύο διαπασών έχουν την ίδια ένταση και συχνότητες f_1= 7000H_Z f_2 = 7060H_Z .
α) Ο ήχος που φτάνει στα αυτιά μας είναι περιοδικός; Αν ναι, τι περίοδο έχει ;
β) Πόσος χρόνος περνά μεταξύ δύο μεγίστων του ήχου ;
γ) Πόσες παύσεις έχουμε μέσα σε χρόνο t = 10s

8. Ένα ηλεκτρόνιο πραγματοποιεί ταυτόχρονα στην οθόνη ενός παλμογράφου δύο αρμονικές ταλαντώσεις ίδιας διεύθυνσης και γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας, οι οποίες έχουν εξισώσεις απομάκρυνσης: x_1 = ημ 204πt και x_2 = ημ 200πt (S.I.)
α) Να γράψετε την εξίσωση της συνισταμένης κίνησης του ηλεκτρονίου και να κάνετε τη γραφική παράσταση αυτής.
β) Να υπολογίσετε την περίοδο του διακροτήματος που παράγεται και την περίοδο της συνισταμένης ταλάντωσης του ηλεκτρονίου.
γ) Να βρείτε το χρόνο ανάμεσα σε δύο διαδοχικές διαβάσεις του ηλεκτρονίου από τη θέση ισορροπίας του.
δ) Να υπολογίσετε τον αριθμό των πλήρων ταλαντώσεων που πραγματοποιεί το ηλεκτρόνιο μέσα σε χρονικό διάστημα ίσο με 4 περιόδους μεταβολής του πλάτους του.
ε) Πόσες φορές είναι μηδέν η απομάκρυνσή του στο χρονικό διάστημα που αναφέρεται στο ερώτημα (δ);

9. Ένα διακρότημα προκύπτει από τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων, που έχουν την ίδια διεύθυνση, ίδιο πλάτος A=10cm και συχνότητες f_1=200Hz και f_2=202Hz.
α. Να βρείτε την εξίσωση του πλάτους και την περίοδο του διακροτήματος.
β. Ποιο είναι το μέγιστο πλάτος και ποια η συχνότητα της συνισταμένης ταλάντωσης;

10. Απο την σύνθεση δύο αρμονικών ταλαντώσεων ίδιου πλάτους προκύπτει μια περιοδική κίνηση της οποίας το πλάτος μεταβάλεται σύμφωνα με την εξίσωση $A'=0.2\left|\sigma\upsilon\nu\pi.t\right|$ (S.I) Αν μεταξύ δύο διαδοχικών μηδενισμων του πλάτους γίνονται 250 ταλαντώσεις Να βρεθούν οι συχνότητες των ταλαντώσεων από την συμβολή των οποίων προέκυψε η περιοδική κίνηση

ΓΕΝΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΩΝ

1. Το σώμα του σχήματος ισορροπεί με την βοήθεια της δύναμης F=20N Τη χρονική στιγμή t=0 η δύναμη καταργείται Δίνονται K=200N/m , m=2Kg , $g=10m/s^2$

Α. Να γράψετε την εξίσωση της δυναμικής ενέργειας της ταλάντωσης που προκύπτει με τον χρόνο (θεωρήστε ότι για t=0 είναι x>0)

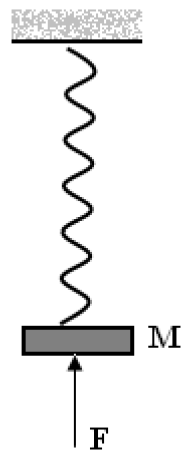
Β. Ποιο είναι το έργο της δύναμης επαναφοράς από την στιγμή t=0 μέχρι το σώμα να αποκτήσει την μέγιστη ταχύτητα

Γ. ποια είναι η σχέση της δύναμης του ελατηρίου σε συνάρτηση με τον χρόνο

Δ. Σε ποιες θέσεις το σώμα αποκτά ταχύτητα μέτρου $u_{max}/2$; Ποιες στιγμές κατά την κάθοδο του γίνεται αυτό;

Ε. Ποιος είναι ο μέγιστος ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώματος;

[Απ Α. $U=1ημ^2(10t+π/2)$, Β. W= 1j , Γ. F=20-20ημ(10t+π/2) , Δ. ± $0{,}05\sqrt{3}$ m, t_1= π/60s , t_2 =5π/60s Ε. 20N]



2. Σώμα $Σ_1$ μάζας Μ ισορροπεί δεμένο στο κάτω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς Κ =100 N/ m, το άλλο άκρο του οποίου στηρίζεται σε ακλόνητο σημείο. Μετατοπίζουμε το σώμα $Σ_1$ κατακόρυφα προς τα πάνω συσπειρώνοντας το ελατήριο κατά 5cm. Τη χρονική στιγμή t=0 το $Σ_1$ αφήνετε και εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με κυκλική συχνότητα ω= 5π rad/ s

Όταν το $Σ_1$ διέρχεται για πρώτη φορά από τη θέση ισορροπίας του, αφήνετε να πέσει σώμα $Σ_2$ μάζας m=0,4kg. Το σώμα $Σ_2$ πέφτει κατακόρυφα και συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά με το $Σ_1$ όταν αυτό βρίσκεται για πρώτη φορά στην κάτω ακραία θέση της ταλάντωσής του.

α) Να γράψετε την εξίσωση απομάκρυνσης του $Σ_1$ σε συνάρτηση με το χρόνο.θεωρήστε σαν θετική φορά την προς τα πάνω

β) Να υπολογίσετε τη μάζα Μ του σώματος $Σ_1$ και τη μέγιστη δυναμική ενέργεια παραμόρφωσης του ελατηρίου. (πρίν την κρούση)

γ) Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την πλαστική κρούση.

δ) Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης του συσσωματώματος.

Δίνονται $g=10m/s^2$, $π^2=10$

Να θεωρήσετε αμελητέα τη διάρκεια της κρούσης.

[Απ α) x= 5ημ(5πt +π/2) (x σε cm , t σε s) β) M=0,4Kg . 0,405j γ)V=0,5 m/s δ) Α΄= $\sqrt{21}$ cm]

3. Σώμα μάζας M=0,16kg είναι δεμένο στο ελεύθερο άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς K=100N/m σε ακλόνητο το άλλο άκρο και εκτελεί ΑΑΤ. πλάτους A=0,1m με την επίδραση μόνο της δύναμης του ελατηρίου. Όταν το σώμα βρίσκεται σε μια θέση όπου έχει ταχύτητα ίση με την μισή της μέγιστης, βλήμα μάζας m=0,09kg κινούμενο με ταχύτητα αντίθετης φοράς της ταχύτητας του ταλαντούμενου σώματος και μέτρου 30 m/s σφηνώνεται ακαριαία στο σώμα.
α) Σε ποια θέση πραγματοποιείται η κρούση ;
β) Ποιο το πλάτος της νέας ταλάντωσης ;
γ) Να βρείτε σε ποια από τα παρακάτω μεγέθη θα συμβεί μεταβολή μετά την κρούση : ολική ενέργεια ταλάντωσης, συχνότητα, μέγιστη ταχύτητα, μέγιστη επιτάχυνση
δ) Να βρεθεί η ταχύτητα που θα έπρεπε να έχει το βλήμα ώστε το συσσωμάτωμα μετά την ενσφήνωση να εκτελέσει ΑΑΤ. με το ίδιο πλάτος Α της ταλάντωσης της μάζας M.

4. Ένα σώμα Σ μάζας m=2kg ηρεμεί στο κάτω άκρο ενός κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου, το άλλο άκρο του οποίου στερεώνεται σε σταθερό σημείο, προκαλώντας του επιμήκυνση 0,1m.
Ανεβάζουμε το σώμα κατακόρυφα μέχρι το ελατήριο να συσπειρωθεί κατά 0,1m και τη χρονική στιγμή t=0 το αφήνουμε να κινηθεί.
i) Ν’ αποδειχθεί ότι το σώμα Σ θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση.
ii) Να γράψετε της εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος από τη θέση ισορροπίας, σε συνάρτηση με το χρόνο, αν η θετική φορά είναι προς τα πάνω.
iii) Τη χρονική στιγμή t_1=0,6π s το σώμα Σ, συγκρούεται (όχι πλαστικά) με ένα άλλο σώμα $Σ_1$ μάζας m_1=1kg το οποίο κινείται κατακόρυφα προς τα πάνω και τη στιγμή της κρούσης έχει ταχύτητα $υ_1$=1,5m/s. Αν το νέο πλάτος ταλάντωσης του σώματος Σ είναι 0,1√5 m να βρεθεί η ταχύτητα αμέσως μετά την κρούση:
α) Του σώματος Σ.
β) Του σώματος $Σ_1$.
Δίνεται g=10m/s^2.

5. Το ένα άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς K=100N/m στερεώνεται σε ακλόνητο σημείο και στο άλλο άκρο προσδένεται σώμα μάζας m=1 Kg, που μπορεί να κινείται χωρίς τριβές πάνω σε οριζόντιο επίπεδο. Απομακρύνουμε το σώμα από τη θέση ισορροπίας προς τα δεξιά κατά x=20 cm και τη χρονική στιγμή t = 0 του προσδίνουμε ταχύτητα μέτρου u =2$\sqrt{3}$ m/s προς τα δεξιά.
Α. 1. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος σε σχέση με το χρόνο και να υπολογίστε την δυναμική ενέργεια του ελατηρίου τη χρονική στιγμή t = T_1/2 όπου T_1 η περίοδος της ταλάντωσης. θεωρήστε σαν θετική φορά την προς τα δεξιά
2. Να υπολογίσετε ποια χρονική στιγμή το σώμα θα περάσει για πρώτη φορά από τη θέση ισορροπίας του και να βρείτε την ταχύτητα του εκείνη τη στιγμή.
Β. Τη στιγμή που το σώμα περνάει από τη θέση ισορροπίας του για πρώτη φορά, κομμάτι από πλαστελίνη μάζας m_1= m/3, το οποίο πέφτει κατακόρυφα, προσκολλάται στο σώμα. Να βρεθεί:
1. Η νέα κυκλική συχνότητα και το νέο πλάτος της ταλάντωσης του συστήματος.

2. Το ποσοστό μεταβολής της ενέργειας του ταλαντωτή.
Θεωρείστε ότι $\pi^2 \approx 10$,$g=10m/s^2$ και θετική φορά την φορά της αρχικής απομάκρυνσης.

[Απ α) x= 0,4ημ(10t +π/6) (SI) β) t = 5π/60 s , -4m/s Β α) ω΄=5$\sqrt{3}$ rad/s Α΄=0,2$\sqrt{3}$ m β) -25%]

6. Σώμα $Σ_2$ μάζας m_2=4kg βρίσκεται ακίνητο σε λείο οριζόντιο επίπεδο δεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ελατηρίου, το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο ένα δεύτερο σώμα $Σ_1$ μάζας m_1=2kg κινούμενο οριζόντια με ταχύτητα $υ_1$=12m/s συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με το σώμα $Σ_2$. Μετά τη σύγκρουση το σώμα $Σ_2$ συσπειρώνει το ελατήριο εκτελώντας απλή αρμονική ταλάντωση και σταματά στιγμιαία για πρώτη φορά μετά από χρόνο Δt= π/20s

Α. Να υπολογίσετε

α) τις ταχύτητες των σωμάτων $Σ_1$ και $Σ_2$ αμέσως μετά την ελαστική κρούση

β) τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος $Σ_1$ και του συστήματος των δύο σωμάτων

γ) το ποσοστό της κινητικής ενέργειας του σώματος $Σ_1$ που μεταφέρθηκε στο σώμα $Σ_2$.

δ) Την απόσταση των δύο μαζών όταν το $Σ_2$ ξαναγυρίσει στην αρχική του θέση

Β.

α) Να υπολογίσετε τη σταθερά του ελατηρίου και τη μέγιστη συσπείρωση του μετά την κρούση.

β) Να γράψετε την εξίσωση απομάκρυνσης του $Σ_2$ και να υπολογίσετε τη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου τη χρονική στιγμή t_1 =3π/20s

γ) Να υπολογίσετε το μήκος της τροχιάς του $Σ_2$ από τη στιγμή της κρούσης έως τη χρονική στιγμή t_1.

Γ. Τη στιγμή t_1 πομπός που βρίσκεται στο σώμα $Σ_2$ εκπέμπει ήχο συχνότητας fs=500Hz. Να βρεθεί η συχνότητα f_A που θα καταγράψει δέκτης που βρίσκεται στο σώμα $Σ_1$.
Η ταχύτητα του ήχου στον αέρα είναι $υ_{ηχ}$=340m/s.

7. Σώμα μάζας m=1Kg αφήνετε να πέσει από ύψος h=0,15m πάνω από δίσκο ίσης μάζας που είναι στερεωμένος στην κορυφή κατακόρυφου ελατηρίου και ισορροπεί , όπως στο σχήμα Αν η κρούση είναι πλαστική και μετά την κρούση το συσσωμάτωμα εκτελεί ΑΑΤ με μια ακραία θέση την θέση του φυσικού μήκους του ελατηρίου

Α. Να βρεθούν

α. Η ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση

β. Η περίοδος των ταλαντώσεων του συσσωματώματος

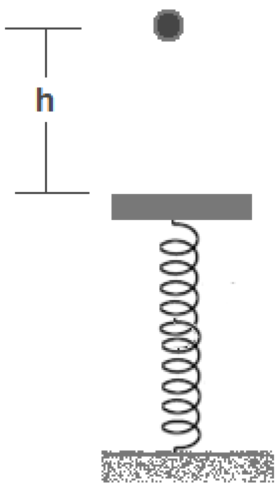
γ. Η μέγιστη ταχύτητα που θα αποκτήσει το συσσωμάτωμα

Β. Αν θεωρήσουμε χρονική στιγμή μηδέν την στιγμή της κρούσης και σαν θετική φορά την προς τα πάνω

α. Να γραφεί η εξίσωση της απομάκρυνσης της ΑΑΤ με τον χρόνο

β. Να γράψετε την συνάρτηση της συνισταμένης δύναμης που δέχεται το συσσωμάτωμα , καθώς και της δύναμης του ελατηρίου σε συνάρτηση με την απομάκρυνση και να τις παραστήσετε γραφικά σε κοινό διάγραμμα Δύναμης – απομάκρυνσης

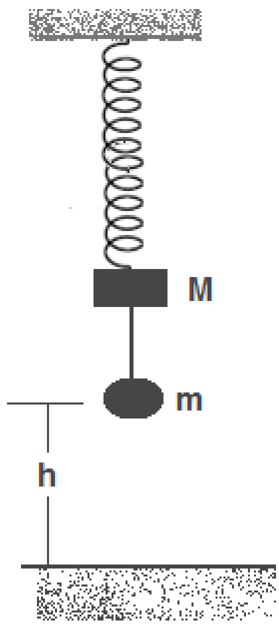
γ. Να εκφράσετε την κινητική ενέργεια του συσσωματώματος σε συνάρτηση με την απομάκρυνση και να την παραστήσετε γραφικά



[Απ Α α. V=$\frac{\sqrt{3}}{2}$ m/s β. 0,2π s γ. 1m/s Β α. x =0,1ημ(10t+ 5π/6) (S.I) Β. ΣF=-200.x (S.I), $F_{ελ}$=20-200x(S.I) γ. K=1-100x^2 (S.I)]

8. Σώμα μάζας M είναι στερεωμένο στο κάτω άκρο ελατηρίου σταθεράς K ,δεύτερο σώμα μάζας m είναι δεμένο με αβαρές και μη ελαστικό νήμα με το M ,όπως στο σχήμα και το σύστημα ισορροπεί
Την χρονική στιγμή μηδέν σπάει το νήμα
Α. Αν την στιγμή που η m ακουμπά το έδαφος η M σταματά για πρώτη φορά , και η μέγιστη ταχύτητα που αποκτά η M είναι ίση με την ταχύτητα που η m συναντά το έδαφος **Να δειχθεί ότι $\frac{m}{M}$=π**
Β. Αν είναι K=100N/m , M=1Kg , g=10m/s^2 και $π^2$≈10
α. Να βρεθεί το ύψος h
β. Να γραφεί η εξίσωση της απομάκρυνσης της ΑΑΤ που θα κάνει η μάζα M με τον χρόνο , και να παρασταθεί γραφικά (θεωρήστε σαν θετική φορά την προς τα πάνω)
γ. Να γράψετε την συνάρτηση της συνισταμένης δύναμης που δέχεται η μάζα M, σε συνάρτηση με τον χρόνο , και να την παραστήσετε γραφικά
δ. Να εκφράσετε την δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης σε συνάρτηση με τον χρόνο και να την παραστήσετε γραφικά

[Απ α. h=0,5m β. x =0,1πημ(10t+ 3π/2) (S.I) γ. F=-10π.ημ(10t+ 3π/2) (S.I) δ. U= 5.$ημ^2$(10t+ 3π/2) (S.I)]



9. Πάνω σε λεία επιφάνεια είναι τοποθετημένο ιδανικό ελατήριο σταθεράς K=1600N/m του οποίοι το ένα άκρο είναι ακλόνητα στερεωμένο. Στο άλλο άκρο του είναι δεμένο ένα σώμα μάζας m=1Kg. Απομακρύνομαι το σώμα από την θέση ισορροπίας του κατά d=10cm και το αφήνουμε ελεύθερο να εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση. Η απομάκρυνση γίνεται με τέτοιο τρόπο ώστε το ελατήριο να επιμηκύνεται. Όταν το σώμα περνάει από την θέση ισορροπίας για δεύτερη φορά εκρήγνυται σε δύο κομμάτια ίσης μάζας. Το ένα απομακρύνεται από το ελατήριο ενώ το άλλο παραμένει δεμένο σε αυτό και συνεχίζει να ταλαντώνεται. Το κομμάτι που απομακρύνεται μπαίνει σε μία τραχιά επιφάνεια (μ=0,5) και σταματάει αφού διανύσει διάστημα x=10m.

α. Να υπολογιστούν οι ταχύτητες πριν και μετά την κρούση για όλα τα σώματα

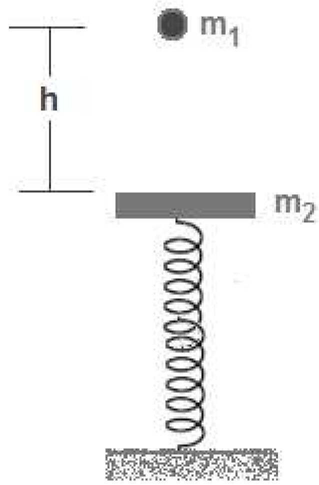
β. Να υπολογιστούν το πλάτος και η συχνότητα ταλάντωσης του δεύτερου κομματιού

γ. Την στιγμή της έκρηξης και τα δύο κομμάτια εκπέμπουν ήχο ορισμένης συχνότητας, ενώ και στα δύο κομμάτια ενεργοποιούνται δέκτες που καταγράφουν τον ήχο που λαμβάνουν από το άλλο κομμάτι. Σε ποιο σώμα καταγράφεται η υψηλότερη συχνότητα;

δ. Καθώς το πρώτο κομμάτι απομακρύνεται από το ελατήριο πλησιάζει προς ακίνητη πηγή που εκπέμπει ήχο συχνότητας fs. Να κάνετε ποιοτική γραφική παράσταση της συχνότητας που καταγράφεται από τον δέκτη του κομματιού σε συνάρτηση με τον χρόνο. Δίνεται $g=10m/s^2$

10. Ένα ελατήριο βρίσκεται σε κατακόρυφη θέση με το ένα άκρο του στερεωμένο σε οριζόντιο δάπεδο Πάνω στο ελατήριο είναι τοποθετημένος δίσκος μάζας m_2 και το σύστημα ισορροπεί με το ελατήριο συσπειρωμένο Κατά την διάρκεια της συσπείρωσης η δύναμη του ελατηρίου μεταβάλλεται με τέτοιο τρόπο ώστε σε κάθε 10cm συσπείρωσης η δύναμη να αυξάνει κατά 10N

Στη συνέχεια από ύψος h=3,2m πάνω από τον δίσκο αφήνετε να πέσει ελεύθερα ελαστική σφαίρα μάζας m_1=1Kg , η οποία συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με τον δίσκο , αμέσως μετά την κρούση ο λόγος των ταχυτήτων των δύο μαζών είναι $\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2}$=-1,5.



α. Πόση είναι η σταθερά K του ελατηρίου και πόση η μάζα m_2. Πόση ενέργεια αποθηκεύτηκε στο ελατήριο όταν τοποθετήσαμε τον δίσκο πάνω του

β. Να γραφούν οι εξισώσεις απομάκρυνσης και ταχύτητας της ΑΑΤ με τον χρόνο και να κάνετε τις γραφικές παραστάσεις (θεωρήστε σαν θετική φορά την προς τα πάνω)

γ. Να βρεθεί η ενέργεια της ταλάντωσης

δ. Να γράψετε τις εξισώσεις της δυναμικής και της κινητικής ενέργειας της ταλάντωσης με τον χρόνο και να τις παραστήσετε γραφικά

ε. Να γράψετε τις εξισώσεις της δυναμικής και της κινητικής ενέργειας της ταλάντωσης με την απομάκρυνση και να τις παραστήσετε γραφικά

[Απ α. K=100N/m , m_2=4Kg ,U=8j β. x =0,64 ημ(5t + π) (S.I) υ=0,64 ημ(5t + π) (S.I) γ. E_T=20,48j δ. U= 0,64 $ημ^2$(5t + π) (S.I) K= 0,64 $συν^2$(5t + π) (S.I) ε. U=$50x^2$ K=0,64-$50x^2$]

11. Στο κύκλωμα του σχήματος ο πυκνωτής 1 έχει χωρητικότητα C_1=40μF και είναι αρχικά φορτισμένος με φορτίο Q_1 ,κάποια στιγμή μεταφέρουμε τον μεταγωγό διακόπτη στη θέση 1 και μετά από χρόνο Δt γίνεται για πρώτη φορά το φορτίο του πυκνωτή q = 20μC και η ένταση του ρεύματος στο πηνίο $ι= 25\sqrt{3}.10^{-3}$ A Αν ο συντελεστής αυτεπαγωγής του πηνίου είναι L=16mH.

Α) Να βρεθεί το φορτίο Q_1 και ο χρόνος Δt

Όταν η ένταση του ρεύματος στο πηνίο γίνει ι =20mA μεταφέρουμε τον διακόπτη ακαριαία στη θέση 2

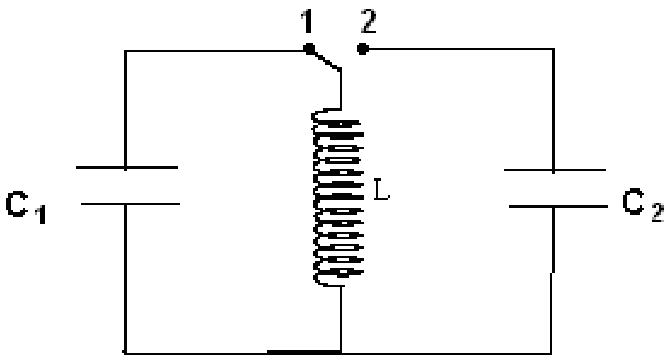
Β)Αν το μέγιστο φορτίο που θα αποκτήσει ο δεύτερος πυκνωτής είναι ίσο με Q_1 **να βρεθεί** η χωρητικότητα C_2

Γ) Αν θεωρήσουμε σαν χρονική στιγμή μηδέν την στιγμή που ο διακόπτης μεταφέρθηκε στη θέση 2 ,**να γραφούν** οι εξισώσεις της έντασης του ρεύματος και του φορτίου του πυκνωτή C_2 σε συνάρτηση με τον χρόνο

Δ) Ποια χρονική στιγμή η ενέργεια του μαγνητικού πεδίου θα έχει ελαττωθεί για πρώτη φορά κατά 75% σε σχέση με την ενέργεια που είχε την χρονική στιγμή μηδέν 0

Ε) Να παρασταθεί γραφικά η ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή C_2 καθώς και η τάση στους οπλισμούς του ,σε συνάρτηση με τον χρόνο για το χρονικό διάστημα [0 , $3T_2/4$] όπου T_2 η περίοδος των ταλαντώσεων που κάνει το κύκλωμα LC_2

Ζ) Αν ενώ το κύκλωμα LC_2 εκτελεί ηλεκτρικές ταλαντώσεις, εισάγουμε διηλεκτρικό στον πυκνωτή C_2 , την στιγμή που το φορτίο του είναι μηδέν ,με αποτέλεσμα να τετραπλασιαστεί η χωρητικότητα του

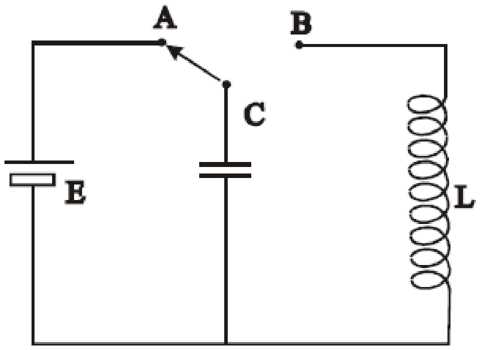


Πως θα μεταβληθούν τα μεγέθη ι) μέγιστο φορτίο ιι) μέγιστη ένταση του ρεύματος .ιιι) ω

Η) Πόση θα έπρεπε να είναι η χωρητικότητα του δεύτερου πυκνωτή ώστε η τάση στους οπλισμούς του να μην υπερβεί τα 10 V ;

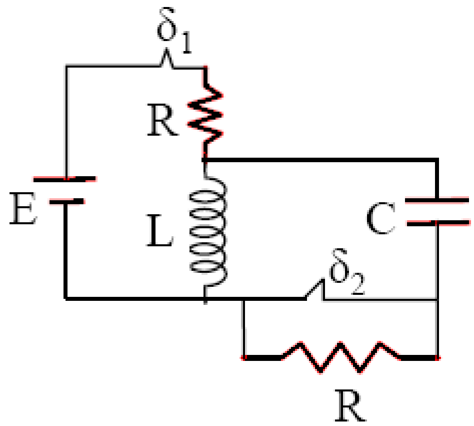
[Απ Α) Q_1=40 μC , Δt=8π/3. 10^{-4}s Β) C_2 =250μF Γ) q =4.10^{-5}ημ500t , i=2.10^{-2}συν500t (S.I) Δ) t = π/1500 s Ζ) ι) Διπλασιάζεται ιι) σταθερό ιιι) υποδιπλασιάζεται Η) C≥64nF]

12. **Για το κύκλωμα του σχήματος δίνονται :**
E = 10V r=0 , C = 2μF, L= 0,02H. Το πηνίο είναι ιδανικό, και τη χρονική στιγμή t = 0 μετακινούμε το διακόπτη από τη
θέση Α στη θέση Β.
α . Ποιο είναι το μέγιστο φορτίο του πυκνωτή και το μέγιστο ρεύμα που θα διαρρέει το πηνίο;
β . Ποια η εξίσωση της τάσης στα άκρα του πυκνωτή και του ρεύματος που θα διαρρέει το πηνίο;

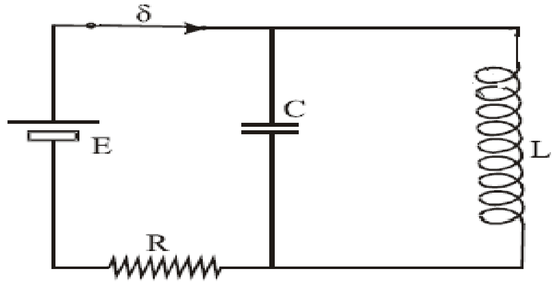


γ . Πόση είναι η ένταση του ηλ. ρεύματος όταν το φορτίο του πυκνωτή γίνεται για πρώτη φορά μισό της μέγιστης τιμής του;
δ . Πόσο είναι το φορτίο στον πυκνωτή όταν η ενέργειά του είναι τριπλάσια της ενέργειας που έχει το πηνίο;
ε . Ποια χρονική στιγμή για πρώτη φορά μεγιστοποιείται το μέτρο της έντασης του ηλ. ρεύματος ;
στ. Ποιο το χρονικό διάστημα που περνάει από τη χρονική στιγμή που το φορτίο μεγιστοποιείται μέχρι τη χρονική στιγμή που το φορτίο γίνεται για πρώτη φορά μισό της μέγιστης τιμής του;
[ΑΠ α. Q=20 μC I=0,1A ,β. V=10 συν5000t (S.I) i =-0,1ημ5000t (S.I) γ. -0,05√3 A δ. √3.10^{-5}C ε. 10^{-4} π s στ. π/15. 10^{-3}s]

13. Για το κύκλωμα του διπλανού σχήματος δίνονται ότι E=100V, C=80μF, το ιδανικό πηνίο έχει L=0,2H, ενώ R=5Ω, και οι διακόπτες $δ_1$, $δ_2$ είναι κλειστοί για μεγάλο χρονικό διάστημα.
Υπενθυμίζεται ότι κλειστός διακόπτης $δ_2$ σημαίνει βραχυκυκλωμένη αντίσταση, άρα σαν να μην υπάρχει στο κύκλωμα.
α) Πόση ενέργεια είναι αποθηκευμένη στο πηνίο και πόση στον πυκνωτή;
β) Σε μια στιγμή που θεωρούμε t_0=0, ανοίγουμε τον διακόπτη $δ_1$.
i) Εξηγείστε γιατί θα φορτιστεί ο πυκνωτής. Ο πάνω ή ο κάτω οπλισμός του πυκνωτή θα αποκτήσει πρώτος θετικό φορτίο;
ii) Βρείτε την εξίσωση της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα σε συνάρτηση με το χρόνο, θεωρώντας θετική την αρχική ένταση.
γ) Τη χρονική στιγμή $t_1=6π\cdot10^{-3}$s ανοίγουμε και το διακόπτη $δ_2$. Πόσο είναι το φορτίο του πυκνωτή τη στιγμή t_1; Να γίνει το διάγραμμα του φορτίου του πυκνωτή σε συνάρτηση με το χρόνο (ποιοτικό διάγραμμα) για $t>t_1$.



14. Για το κύκλωμα του σχήματος δίνονται : E = 10Volt , C = 2μF, L = 0,02H , R=5Ω. Το πηνίο είναι ιδανικό. Αρχικά το κύκλωμα λειτουργεί για αρκετό χρόνο, ώστε τα ρεύματα και οι τάσεις του κυκλώματος να έχουν αποκτήσει σταθερή τιμή. Τη χρονική στιγμή μηδέν, ανοίγουμε τον διακόπτη δ.



α .Ποια η τιμή της έντασης των ρευμάτων που διαρρέουν τους κλάδους του πηνίου και του πυκνωτή αμέσως πριν και αμέσως μετά το άνοιγμα του διακόπτη

β . Γιατί το κύκλωμα αρχίζει να ταλαντεύεται;

γ. Ποια η εξίσωση του ρεύματος που θα διαρρέει το κύκλωμα, καθώς και του ρυθμού μεταβολής του ρεύματος;

δ. Ποια χρονική στιγμή μεγιστοποιείται για πρώτη φορά το φορτίο του πυκνωτή και ποια η πολικότητα, δηλαδή ποιος οπλισμός, ο πάνω ή ο κάτω (όπως φαίνονται στο σχήμα) θα είναι θετικός τότε;

ε. υπολογίστε το χρονικό διάστημα μεταξύ δύο διαδοχικών χρονικών στιγμών κατά τις οποίες οι ενέργειες του πυκνωτή και του πηνίου γίνονται ίσες.

στ. Μέσα σε 10 ταλαντώσεις, το πλάτος του ρεύματος γίνεται $\sqrt{2}$ φορές μικρότερο. Βρείτε τότε πόσο τοις % μειώνεται η ενέργεια του κυκλώματος και θεωρώντας ότι το πλάτος του ρεύματος *ακολουθεί νόμο εκθετικής μείωσης, υπολογίστε τη σταθερά Λ.*